

CAPITOLO 3

LA GRAFICA E GLI ESERCIZI PER LA VISUALIZZAZIONE DELLE FUNZIONI MATEMATICHE

Questo capitolo è dedicato alla tecnica di programmazione necessaria per la visualizzazione dei grafici relativi alle funzioni matematiche, funzioni che possono essere fini a se stesse per gli sviluppi puramente analitici, e che possono inoltre rappresentare utilmente gli andamenti di innumerevoli fenomeni fisici. Le spiegazioni sulla programmazione sono accompagnate da esercizi da svolgere direttamente sul P.C. In questo capitolo non si richiamano più le corrispondenze simboliche tra le notazioni ordinarie e le notazioni Qbasic che lasciamo come esercizio al lettore.

3.1 L'obiettivo della grafica

Il tracciamento dei grafici delle funzioni favorisce lo studio e l'analisi minuziosa delle leggi che rappresentano; è un indispensabile ausilio per la migliore comprensione dei problemi, sia di carattere puramente didattico, sia di carattere tecnico.

Il metodo permette di superare facilmente e rapidamente le naturali difficoltà insite nello studio e nell'applicazione della matematica, esso rende tangibile ciò che a volte può apparire astratto.

La grafica che ci accingiamo a trattare ha un obiettivo preciso: la visualizzazione a colori delle curve rappresentative dell'andamento delle funzioni matematiche.

Come è noto le funzioni sono esprimibili graficamente, sia in coordinate polari, sia in coordinate cartesiane, noi ci interesseremo della presentazione di tipo cartesiano che è usata più frequentemente.

Per le ragioni sopra esposte è chiaro che dobbiamo anzitutto imparare come costruire il sistema di assi cartesiani nell'ambito del quale, successivamente, tracciare le curve caratteristiche delle funzioni che ci interessano; pertanto il primo passo da fare è relativo alla conoscenza delle capacità grafiche del Qbasic che rendono la presentazione delle funzioni sullo schermo video del P.C.

3.2 Le capacità grafiche del Qbasic e lo schermo video

Le capacità grafiche del Qbasic sono governate da numerose istruzioni di programma la cui descrizione completa ci porterebbe lontano dal nostro obiettivo, rimandando il lettore interessato ad ampliare questo argomento ai testi citati nella bibliografia, ci limitiamo ad esporre soltanto quanto è necessario ed indispensabile ai nostri scopi.

La prima informazione da dare al lettore è relativa all'istruzione specifica che deve precedere qualsiasi programma di grafica indirizzato al nostro lavoro; da questa istruzione dipende tanto il formato della presentazione quanto il numero di punti elementari (**pixel**) che sono contenibili nel formato stesso. L'istruzione in oggetto, per la modalità grafica ad alta risoluzione, è:

SCREEN 9

se il programma per la composizione grafica inizia con questa istruzione è fissato il formato a tutto schermo della presentazione ed il seguente numero di punti è contenibile all'interno del formato:

224000 pixel

questa capacità grafica è determinata dai due valori di definizione orizzontale e verticale pari a:

640 pixel nel senso orizzontale dello schermo

350 pixel nel senso verticale dello schermo

Inoltre l'eventuale scrittura di caratteri nello schermo è definita con un numero di caratteri pari a 80 in orizzontale e 24 in verticale, ciascuno dalle dimensioni di 8 x 14 pixel.

3.3 La presentazione dei punti sullo schermo video

Una volta fissata in **SCREEN 9** la prima istruzione del programma dobbiamo eseguire alcuni esercizi per imparare come si presentano gli elementi fondamentali della grafica: **i punti**.

Ciascun punto è definito mediante le proprie coordinate cartesiane assolute che fanno riferimento alla posizione del "**punto zero**" posto nell'angolo sinistro della parte superiore dello schermo.

L'istruzione che individua sullo schermo un qualsiasi punto contiene le sue coordinate (x ; y) rispetto al **punto zero**, l'istruzione generica per la presentazione di un punto è la seguente:

PSET (x , y)

ne consegue che il **punto zero** ha come istruzione che lo visualizza

PSET (0 , 0)

Dato che il sistema grafico prevede che i valori delle coordinate dei punti debbano essere espresse in pixel, precisiamo:

-alla coordinata x si possono attribuire valori compresi tra 0 e 639 (infatti il numero massimo dei pixel nella dimensione orizzontale dello schermo è 640)

-alla coordinata y si possono attribuire valori compresi tra 0 e 349 (infatti il numero massimo dei pixel nella dimensione verticale dello schermo è 350)

E' necessario inoltre specificare che le coordinate dei punti in Qbasic, diversamente dai punti della geometria analitica, devono sempre essere espresse mediante numeri positivi, cioè per convenzione del sistema grafico.

3.4 Esercitazione grafica n° 1 (presentazione di punti)

Con le due istruzioni di cui siamo in possesso compiliamo un breve programma grafico che ci dia la possibilità di presentare cinque punti luminosi sullo schermo. P1 (punto zero) di coordinate (0;0), P2 (punto all'estremo destro alto) di coordinate (639;0), P3 (punto tutto sinistra in basso) di coordinate (0;190), P4 (punto tutto destra in basso) di coordinate (639;190), P5 (punto interno) di coordinate (100;80); partendo da una schermata vuota compiliamo:

SCREEN 9 ' impostazione modalità grafica di schermata

PSET(0,0) ' presentazione di P1

PSET(639,0) ' presentazione di P2

PSET(0,190) ' presentazione di P3

PSET(639,190) ' presentazione di P4

PSET(100,80) ' presentazione di P5

F5

si ha la presentazione dei cinque punti voluti a luce bianca su sfondo nero, compare inoltre in fondo allo schermo la scritta "**premere un tasto per continuare**".

F5

Per evitare che i grafici vadano ad interferire con la scritta menzionata non utilizzeremo mai tutti i 350 pixel di definizione verticale ma ci limiteremo a 320 pixel.

3.5 Esercitazione grafica n° 2 (colorazione dei punti)

Il Qbasic in modalità grafica SCREEN 9 permette la presentazione dei punti in 15 colori diversi, ciascuno distinto da un numero di codice che deve essere posizionato a fianco dell'istruzione PSET per assegnarle il colore voluto:

- 1-BLU
- 2-VERDE
- 3-TURCHESE
- 4-ROSSO
- 5-MAGENTA
- 6-MARRON
- 7-BIANCO
- 8-GRIGIO
- 9-AZZURRO
- 10-VERDE
- 11-TURCHESE CHIARO
- 12-ROSSO CHIARO
- 13-MAGENTA CHIARO
- 14-GIALLO
- 15-BIANCO LUMINOSO

L'istruzione PSET si completa con il codice colore come nei due esempi sotto riportati:

-per ottenere il verde si aggiunge all'istruzione il numero 2: PSET(x,y),2

-per ottenere il rosso si aggiunge all'istruzione il numero 4: PSET(x,y),4

se l'istruzione non porta nessun codice di colore il punto risulta bianco luminoso come se fosse riportato il codice 15.

E' immediato perciò compilare un secondo programma che esegua la presentazione di punti luminosi colorati:

```
SCREEN 9      ' impostazione modalità di schermata
PSET(0,0),2   ' presentazione P1 di colore verde
PSET(639,0)   ' presentazione P2 di colore bianco luminoso
PSET(0,190),7 ' presentazione P3 di colore bianco
PSET(639,190),14 ' presentazione P4 di colore giallo
PSET(100,80),11 ' presentazione P5 di colore turchese chiaro
```

F5

si ha la presentazione dei cinque punti voluti su sfondo nero, compare inoltre in fondo allo schermo la scritta bianca " **premere un tasto per continuare**".

F5

3.6 La presentazione delle rette sullo schermo

Per la costruzione grafica degli assi cartesiani è d'obbligo tracciare due rette ortogonali che dividono il piano in quattro quadranti, poi si completa il disegno del sistema con le tracce relative

alle suddivisioni degli assi X e Y, suddivisioni che possono prolungarsi nei quattro quadranti per formare un reticolo simile a quello stampato sulla carta millimetrata.

Elemento fondamentale per questo tipo di costruzione è la presentazione delle rette sullo schermo; ciascuna retta è definita mediante le coordinate cartesiane assolute di due punti che fanno riferimento alla posizione del "punto zero".

L'istruzione che individua una qualsiasi retta nello schermo contiene le coordinate (x1 ; y1) e (x2 ; y2) degli estremi rispetto al **punto zero**, l'istruzione generica per la presentazione di una retta è la seguente:

LINE (x1, y1) - (x2,y2)

ne segue che la retta che ha come estremi il punto zero e l'angolo superiore destro dello schermo è visualizzata dall'istruzione:

LINE (0 , 0) - (639 , 0)

Se ora facciamo riferimento all'esercitazione grafica n° 1 possiamo dire che questa retta è la congiungente i due punti P1 e P2.

Similmente le rette definite dalle istruzioni

LINE (0 , 0) - (0 , 190)
LINE (639 , 0) - (639 , 190)
LINE (0 , 190) - (639 , 190)

sono rispettivamente le congiungenti dei punti P1 P3
P2 P4
P3 P4

Le rette prese in considerazione rappresentano pertanto i quattro lati di un rettangolo che si può presentare sullo schermo sì da escludere dalla sua area la scritta "premere un tasto per continuare".

La grafica Qbasic consente di tracciare le rette a colori nello stesso modo e con gli stessi codici impiegati per la presentazione dei punti; è sufficiente corredare l'istruzione nel seguente modo:

LINE (x1 , y1) - (x2 , y2) traccia bianca luminosa
LINE (x1 , y1) - (x2 , y2),2 traccia verde
LINE (x1 , y1) - (x2 , y2),14 traccia gialla

3.7 Esercitazione grafica n° 3 (presentazione di rette e punti)

Utilizzando le istruzioni riportate nei paragrafi 3.5 e 3.6 compiliamo il programma grafico che ci dà modo di costruire un rettangolo all'interno del quale compaiono tre punti collocati a caso:

```
SCREEN 9          ' impostazione modalità grafica
LINE (0,0)-(639,0) ' traccia la retta tra P1 e P2, colore bianco luminoso
LINE (0,0)-(0,190),1 ' traccia la retta tra P1 e P3, colore blu
LINE (639,0)-(639,190),2 ' traccia la retta tra P2 e P4, colore verde
LINE (0,190)-(639,190),5 ' traccia la retta tra P3 e P4, colore magenta
PSET(50,80),3      ' presentazione punto di colore turchese &
```

PSET(100,130),9 ' presentazione punto di colore azzurro

PSET(160, 100),14 ' presentazione punto di colore giallo

F5

si ha la presentazione di un rettangolo con i lati diversamente colorati, all'interno del quale compaiono tre punti colorati.

F5

3.7.1 Specificazioni sui punti e sulle rette

Una fondamentale osservazione deve essere fatta in merito al tracciamento dei punti e delle rette: avendo assunto per il nostro lavoro la modalità grafica SCREEN 9 le coordinate x ed y dei punti singoli e degli estremi delle rette, riferiti al punto zero, portano a spostamenti geometrici sullo schermo diversi a parità di numero di pixel assegnati ad x ed a y.

Ciò è facilmente verificabile sul P.C. seguendo il semplice programma di controllo che pone tre punti sullo schermo:

SCREEN 9

PSET (0, 0) ' traccia il punto Po (punto zero) nell'angolo superiore sinistro dello schermo

PSET (0, 100) ' traccia il punto P1 a 100 pixel sotto il punto zero

PSET (100, 0) ' traccia il punto P2 a 100 pixel a fianco del punto zero

F5

La presentazione dei tre punti mostra chiaramente che la distanza tra Po e P1 è molto più grande della distanza tra Po e P2. Il rapporto tra le due distanze è circa 1.44; ciò significa che se si desidera tracciare P2 alla stessa distanza di P1 rispetto a Po l'ascissa di P2 deve essere moltiplicata per il suddetto rapporto: x di P2 = $1.44 \cdot 100 = 144$.

Se ripetiamo il programma di controllo con questa nuova ascissa di P2 vediamo che i punti P1 e P2 sono ora equidistanti da Po:

SCREEN 9

PSET (0, 0) ' traccia il punto Po (punto zero) nell'angolo superiore sinistro dello schermo

PSET (0, 100) ' traccia il punto P1 a 100 pixel sotto il punto zero

PSET (144, 0) ' traccia il punto P2 a 144 pixel a fianco del punto zero

F5

Di questo importante aspetto della grafica deve essere tenuto conto ogni qualvolta si renda necessario costruire tracciati ed altro; in particolare nella fase di costruzione del sistema di assi cartesiani che deve avere assi della stessa lunghezza e deve essere suddiviso da un reticolo a maglie quadrate.

3.8 Le potenzialità dell'istruzione PSET(x , y)

L'istruzione PSET(x , y), impiegata in precedenza semplicemente per collocare punti luminosi sullo schermo, possiede delle potenzialità che sono il fondamento di tutta la grafica Qbasic indirizzata alla presentazione delle funzioni matematiche in generale. L'istruzione in oggetto è

infatti una "funzione grafica"; essa governa la posizione dei punti sullo schermo al variare delle coordinate x ; y , variazione che può avvenire nel corso di esecuzione di un programma permettendo il posizionamento successivo di una serie di punti, che seguono pertanto traiettorie prestabilite.

Grazie al sistema di memoria del P.C. tutti i punti che hanno seguito una traiettoria restano visibili in permanenza realizzando la composizione sullo schermo di qualsiasi tracciato.

Per variare nel modo più semplice una delle due coordinate di un punto durante l'esecuzione di un programma si può utilizzare il "Sistema automatico per il calcolo di funzioni a campo fisso" di cui al paragrafo 2.11.

Per variare contemporaneamente le due coordinate di un punto durante l'esecuzione di un programma si può impiegare il "Sistema automatico per il calcolo delle funzioni di più variabili in campi diversi" illustrato nel paragrafo 2.19.

Nelle esercitazioni a seguire compileremo alcuni programmi che, avvalendosi dei due sistemi automatici citati, ci permetteranno di visualizzare sullo schermo particolari traiettorie di punti.

3.9 Esercitazione grafica n° 4 (punteggiata verticale)

Sulla base di quanto scritto nel paragrafo 3.8 iniziamo ad utilizzare le importanti proprietà dell'istruzione PSET(x , y) sviluppando la seguente esercitazione:

vogliamo tracciare una punteggiata verticale che parte dal punto P1(0;0) e termina al punto P2(0;160); se procedessimo per singoli punti, così come mostrato al paragrafo 3.4, dovremmo digitare 80 istruzioni PSET(x , y) tutte con valore $x = 0$ e valori di y crescenti 2; 4; 6 ..; 160. Si risolve invece il nostro problema, semplicemente, compilando il seguente programma con l'ausilio del Sistema automatico di calcolo di paragrafo 2.11:

SCREEN 9

```
FOR y = 0 TO 160 STEP 2 ' impone che la coordinata (y) inizi il calcolo assumendo il
                        ' valore (0) , quando l'esecuzione del programma giunge alla istruzione
                        ' NEXT il programma ritorna all'istruzione FOR che incrementa y del
                        ' valore (2) . Il ciclo si ripete con incrementi di (2) per arrestarsi
                        ' quando il valore di y ha raggiunto il valore (160)
```

```
PSET (0 , y) ' comanda la presentazione di tutti i punti che hanno ascissa  $x = 0$  e ordinate
                ' variabili secondo l'istruzione FOR
```

```
NEXT y ' comanda il programma al ritorno automatico alla istruzione FOR
```

F5

si ha la presentazione sulla parte sinistra dello schermo di una punteggiata verticale bianca luminosa che si estende tra il punto zero ed il centosessantesimo pixel.

F5

Dopo il ritorno alla schermata di programma si può aggiungere il colore all'istruzione PSET e modificare a piacere gli estremi del campo di variabilità di y per fare altra esperienza sul metodo. Si deve osservare che il passo di incremento della y , fissato nell'esercizio in 2 pixel, può essere aumentato come si desidera; non può invece essere diminuito (ad 1) se non si vuole che la punteggiata si trasformi in una linea continua. Infatti, dato che ad ogni unità di incremento corrisponde un pixel, se l'incremento è di 2 pixel si ha un punto luminoso intervallato da un pixel non illuminato, diversamente si hanno tutti i pixel contigui illuminati.

3.10 Esercitazione grafica n° 5 (punteggiata orizzontale)

Proponiamoci di tracciare una punteggiata orizzontale che parte dal punto P1 (0;0) e termina al punto P2 (200;0). Si risolve il nostro problema compilando il programma mediante l'imposizione della variabilità di x:

SCREEN 9

```
FOR x=0 TO 200 STEP 2 ' impone che la coordinata (x) inizi il calcolo assumendo il
' valore (0) , quando l'esecuzione del programma giunge alla istruzione
' NEXT il programma ritorna all'istruzione FOR che incrementa x del
' valore (2) . Il ciclo si ripete con incrementi di (2) per arrestarsi
' quando il valore di x ha raggiunto il valore (200)
```

```
PSET (x , 0) ,1 ' comanda la presentazione di tutti i punti che hanno ordinata y = 0 e ascisse
' variabili secondo l'istruzione FOR (colore blu)
```

```
NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla istruzione FOR
```

F5

si ha la presentazione sulla parte alta dello schermo di una punteggiata orizzontale blu che si estende tra il punto zero ed il duecentesimo pixel.

F5

Si suggerisce, una volta tornati alla schermata di programma, di modificare i valori numerici dati per prendere maggiore confidenza con il metodo.

3.11 Esercitazione grafica n° 6 (punteggiate verticali parallele)

Il problema grafico che ora ci accingiamo a risolvere presenta un grado di difficoltà superiore ai casi precedenti ma è di fondamentale importanza per la costruzione dei sistemi di assi cartesiani necessari al nostro lavoro. Dobbiamo tracciare, contemporaneamente, 6 punteggiate verticali parallele, equidistanti 20 pixel, partendo dalla punteggiata collocata tra P1 (0;0) e P2 (0;100); compiliamo il programma con l'ausilio del "Sistema automatico di calcolo delle funzioni di più variabili" illustrato nel paragrafo 2.19:

SCREEN 9

```
FOR x=0 TO 100 STEP 20 ' impone che l'ascissa (x) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
' resta poi in attesa che l'istruzione successiva costruisca la prima
' punteggiata. Dopo che la prima punteggiata è stata tracciata
' il programma giunge alla istruzione NEXT x che riporta la
' esecuzione su FOR x = .. che incrementa x di 20 pixel,
' il processo si ripete fino al valore di x = 100 per il tracciamento
' dell'ultima punteggiata.
```

```
FOR y=0 TO 100 STEP 2 ' impone che l'ordinata (y) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
' quando l'esecuzione del programma giunge alla istruzione
' NEXT y il programma ritorna all'istruzione FOR y = che incrementa y
' di 2 pixel . Il ciclo si ripete con incrementi di (2) per arrestarsi
' quando il valore di y ha raggiunto il valore (100) con
' l' ultimazione della prima punteggiata
' Il programma passa quindi all'istruzione NEXT x che lo invia a FORx=
' per l'impostazione della punteggiata successiva &
```

PSET (x, y) ' comanda il posizionamento dei punti in base alle due istruzioni **FOR**

NEXT y ' comanda il programma al ritorno automatico alla istruzione **FOR y =**

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla istruzione **FOR x =**

F5

si ha la presentazione di 6 punteggiate verticali bianche distanti l'una dall'altra di 20 pixel

F5

Data la particolare caratteristica di questa esercitazione si consiglia, una volta tornati alla schermata di programma, di modificare i valori numerici dell'esercizio in base a nuove configurazioni geometriche da implementare dopo averle elaborate a tavolino con carta e matita.

3.12 Esercitazione grafica n° 7 (punteggiate orizzontali parallele)

Utilizzando lo stesso metodo dell'esercitazione precedente compiliamo un programma in grado di tracciare, contemporaneamente, 6 punteggiate orizzontali parallele, equidistanti 20 pixel, partendo dalla punteggiata collocata tra P1 (0;0) e P3 (100;0):

SCREEN 9

FOR y = 0 TO 100 STEP 20 ' impone che l'ordinata (y) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
' resta poi in attesa che l'istruzione successiva costruisca la prima
' punteggiata. Dopo che la prima punteggiata è stata tracciata
' il programma giunge alla istruzione **NEXT y** che riporta la
' esecuzione su **FOR y =** che incrementa y di 20 pixel,
' il processo si ripete fino al valore di y = 100 per il tracciamento
' dell'ultima punteggiata.

FOR x = 0 TO 100 STEP 2 ' impone che l'ascissa (x) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
' quando l'esecuzione del programma giunge alla istruzione
' **NEXT x** il programma ritorna all'istruzione **FOR x=** che incrementa x
' di 2 pixel . Il ciclo si ripete con incrementi di (2) per arrestarsi
' quando il valore di x ha raggiunto il valore (100) con la
' ultimazione della prima punteggiata
' Il programma passa quindi all'istruzione **NEXT y** che lo invia a **FORy=**
' per l'impostazione della punteggiata successiva

PSET (x, y) ' comanda il posizionamento dei punti in base alle due istruzioni **FOR**

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla istruzione **FOR x =**

NEXT y ' comanda il programma al ritorno automatico alla istruzione **FOR y=**

F5

si ha la presentazione di 6 punteggiate orizzontali bianche distanti l'una dall'altra di 20 pixel

F5

3.13 Esercitazione grafica n° 8 (reticolo di punteggiate)

Utilizzando i due programmi sviluppati nei paragrafi 3.11 e 3.12 è facile compilare un nuovo programma che dà modo di tracciare sullo schermo un reticolo di punteggiate.

Il reticolo ha maglie rettangolari con i lati maggiori disposti in verticale, ciò per la ragione evidenziata nel paragrafo 3.7.1.

Il nuovo programma conduce al tracciamento di un reticolo che ha due lati contigui rispettivamente tra P1(0;0) e P2(0;100); tra P1(0;0) e P3(100;0).

SCREEN 9

```
FOR x=0 TO 100 STEP 20 ' impone che l'ascissa (x) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
                        ' resta poi in attesa che l'istruzione successiva costruisca la prima
                        ' punteggiata verticale. Dopo che la prima punteggiata è stata tracciata
                        ' il programma giunge alla prima istruzione NEXT x che riporta la
                        ' esecuzione su il primo FOR x = che incrementa x di 20 pixel,
                        ' il processo si ripete fino al valore di x = 100 per il tracciamento
                        ' dell'ultima punteggiata verticale.
FOR y=0 TO 100 STEP 2 ' impone che l'ordinata (y) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
                        ' quando l'esecuzione del programma giunge alla prima istruzione
                        ' NEXT y, il programma ritorna alla prima istruzione FOR y= che incrementa y
                        ' di 2 pixel. Il ciclo si ripete con incrementi di (2) per arrestarsi
                        ' quando il valore di y ha raggiunto il valore (100) con la
                        ' ultimazione della prima punteggiata verticale
                        ' il programma passa quindi alla prima istruzione NEXT x che lo invia
                        ' alla prima istruzione FORx= per l'impostazione della punteggiata successiva
PSET (x, y) ' comanda il posizionamento dei punti per il tracciamento delle punteggiate verticali
            ' in base alla prima coppia di istruzioni FOR

NEXT y ' comanda il programma al ritorno automatico alla prima istruzione FOR y =

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla prima istruzione FOR x =

FOR y=0 TO 100 STEP 20 ' impone che l'ordinata (y) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
                        ' resta poi in attesa che l'istruzione successiva costruisca la prima
                        ' punteggiata orizzontale. Dopo che la prima punteggiata è stata tracciata
                        ' il programma giunge alla seconda istruzione NEXT y che riporta
                        ' l'esecuzione sul secondo FOR y = che incrementa y di 20 pixel,
                        ' il processo si ripete fino al valore di y = 100 per il tracciamento
                        ' dell'ultima punteggiata orizzontale.

FOR x=0 TO 100 STEP 2 ' impone che l'ascissa (x) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
                        ' quando l'esecuzione del programma giunge alla seconda istruzione
                        ' NEXT x, il programma ritorna alla seconda istruzione FOR x= che
                        ' incrementa x di 2 pixel. Il ciclo si ripete con incrementi di (2) per arrestarsi
                        ' quando il valore di x ha raggiunto il valore (100) con la
                        ' ultimazione della prima punteggiata orizzontale
                        ' Il programma passa quindi alla seconda istruzione NEXT y che lo invia
                        ' al secondo FORy= per l'impostazione della punteggiata successiva

PSET (x, y) ' comanda il posizionamento dei punti per il tracciamento delle punteggiate orizzontali
            ' in base alla seconda coppia delle istruzioni FOR

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla seconda istruzione FOR x =

NEXT y ' comanda il programma al ritorno automatico alla seconda istruzione FOR y=
```

F5

si ha la presentazione del reticolo di punteggiate voluto nella zona dello schermo in alto a sinistra

3.14 La formazione del sistema di assi cartesiani

La formazione del sistema di assi cartesiani, necessario alla rappresentazione grafica delle funzioni matematiche, si può avvalere del programma compilato al paragrafo 3.13; tale sistema infatti consiste in un reticolo, simile a quello mostrato nell'esercitazione n° 8, opportunamente dimensionato e suddiviso, in cui compaiono gli assi ortogonali x ed y .

Per semplificare il tracciamento delle funzioni nel reticolo si fissano per questo, ricordando quanto specificato nel paragrafo 3.7.1, le seguenti caratteristiche geometriche:

- POSIZIONAMENTO DEL RETICOLO CON LO SPIGOLO SINISTRO COINCIDENTE CON IL PUNTO $P_0(0;0)$ (punto zero)
- RAPPORTO PIXEL PER OTTENERE IL RETICOLO A MAGLIE QUADRATE $X/Y = 23 / 16$
- DIMENSIONE ORIZZONTALE PARI A 460 PIXEL
- DIMENSIONE VERTICALE PARI A 320 PIXEL
- DIVISIONE ORIZZONTALE A 20 INTERVALLI DI 23 PIXEL CIASCUNO
- DIVISIONE VERTICALE A 20 INTERVALLI DI 16 PIXEL CIASCUNO
- ASSE DELLE ASCISSE DI LUNGHEZZA PARI A 460 PIXEL POSIZIONABILE IN DUE MODI DIVERSI:
 - NELLA MEZZERIA VERTICALE DEL RETICOLO (per tracciamento funzioni ordinarie)
 - SULL' ESTREMO INFERIORE DEL RETICOLO (per tracciamento funzioni con y positivo)
- ASSE DELLE ORDINATE DI LUNGHEZZA PARI A 320 PIXEL POSIZIONABILE IN DUE MODI DIVERSI:
 - NELLA MEZZERIA ORIZZONTALE DEL RETICOLO (per tracciamento funzioni ordinarie)
 - SULL' ESTREMO SINISTRO DEL RETICOLO (per tracciamento funzioni pari)
- COORDINATE DELL' ORIGINE "O" DEGLI ASSI RISPETTO AL PUNTO $P_0: O(230;160)$
- COLORE DELLE TRACCE RETICOLO = BIANCO
- COLORE TRACCE ASSI ORTOGONALI = BIANCO LUMINOSO

Il programma completo per la presentazione del sistema di assi cartesiani è qui di seguito compilato e commentato; esso deve essere provato sul P.C. e successivamente memorizzato, ad esempio con il nome CARTES.BAS, per poterlo richiamare ogni qualvolta un programma matematico richieda la rappresentazione grafica dei risultati numerici.

```
' PROGRAMMA PER LA COSTRUZIONE DI UN SISTEMA DI ASSI CARTESIANI
```

```
SCREEN 9
```

```
FOR x=0 TO 460 STEP 23 ' impone che l'ascissa (x) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
                        ' resta poi in attesa che l'istruzione successiva costruisca la prima
                        ' punteggiata. Dopo che la prima punteggiata è stata tracciata
                        ' il programma giunge la prima istruzione NEXT x che riporta la
                        ' esecuzione su il primo FOR x = che incrementa x di 23 pixel,
                        ' il processo si ripete fino al valore di x = 460 per il tracciamento
                        ' dell'ultima punteggiata verticale.
```

```
FOR y=0 TO 320 STEP 2 ' impone che l'ordinata (y) inizi il calcolo assumendo il valore (0) &
```

' quando l'esecuzione del programma giunge alla prima istruzione
 ' **NEXT y**, il programma ritorna alla prima istruzione **FOR y=** che incrementa y
 ' di 2 pixel . Il ciclo si ripete con incrementi di (2) per arrestarsi
 ' quando il valore di y ha raggiunto il valore (320) con la
 ' ultimazione della prima punteggiata verticale
 ' Il programma passa quindi alla prima istruzione **NEXT x** che lo invia
 ' al primo **FORx=** per l'impostazione della punteggiata successiva

PSET (x, y),7 ' comanda il posizionamento dei punti per il tracciamento delle punteggiate verticali
 ' in base alla prima coppia di istruzioni **FOR** (colore della punteggiata = bianco)

NEXT y ' comanda il programma al ritorno automatico alla prima istruzione **FOR y =**

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla prima istruzione **FOR x =**

FOR y = 0 TO 320 STEP 16 ' impone che l'ordinata (y) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
 ' resta poi in attesa che l'istruzione successiva costruisca la prima
 ' punteggiata. Dopo che la prima punteggiata è stata tracciata
 ' il programma giunge alla seconda istruzione **NEXT y** che riporta
 ' l'esecuzione sul secondo **FOR y =** che incrementa y di 16 pixel,
 ' il processo si ripete fino al valore di y = 320 per il tracciamento
 ' dell'ultima punteggiata orizzontale.

FOR x = 0 TO 460 STEP 3 ' impone che l'ascissa (x) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
 ' quando l'esecuzione del programma giunge alla seconda istruzione
 ' **NEXT x**, il programma ritorna alla seconda istruzione **FOR x=** che
 ' incrementa x di 3 pixel . Il ciclo si ripete con incrementi di (3) per arrestarsi
 ' quando il valore di x ha raggiunto il valore (460) con la
 ' ultimazione della prima punteggiata orizzontale
 ' Il programma passa quindi alla seconda istruzione **NEXT y** che lo invia
 ' al secondo **FORy=** per l'impostazione della punteggiata successiva

PSET (x, y),7 ' comanda il posizionamento dei punti per il tracciamento delle punteggiate orizzontali
 ' in base alla seconda coppia delle istruzioni **FOR** , (colore della punteggiata = bianco)

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla seconda istruzione **FOR x =**

NEXT y ' comanda il programma al ritorno automatico alla seconda istruzione **FOR y =**

' **LINE (0 , 160) - (460 , 160)** ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
 ' per coordinate a 2 e a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

' **LINE (0 , 320) - (460 , 320)** ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
 ' per coordinate ad 1 quadrante (colore = bianco luminoso)

' **LINE (230 , 0) - (230 , 320)** ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
 ' per coordinate a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

' **LINE (0 , 0) - (0 , 320)** ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
 ' per coordinate ad 1 o 2 quadranti (colore = bianco luminoso)

Si osservi che le ultime 4 istruzioni sono "bloccate" dal simbolo ' e compaiono come se fossero quattro commenti; le due istruzioni che saranno necessarie in base al tipo di funzione da presentare dovranno essere "sbloccate" togliendo il simbolo ' .
 Se si deve presentare una funzione ordinaria, si devono sbloccare la prima la terza istruzione, in questo modo il sistema di assi cartesiani viene diviso nei 4 quadranti tradizionali con l'asse Y al centro del reticolo. In questo caso l'asse X si estende a sinistra rispetto all'asse Y per i valori

negativi delle ascisse, ed a destra dell'asse Y per i valori positivi delle ascisse; ogni ascissa è suddivisa in 10 intervalli .

Se invece si deve presentare una funzione pari, funzione che ha identico profilo sia a destra che a sinistra dell'ascissa $x = 0$, è conveniente sbloccare la prima e l'ultima istruzione al fine di utilizzare tutto lo spazio disponibile per il grafico realizzando un sistema di assi cartesiani a 2 quadranti; infatti in questo caso l'asse Y viene posto all'estrema sinistra del reticolo e la funzione può essere tracciata, in una delle sue due parti uguali, con il doppio dello spazio rispetto al caso precedente, con una sola ascissa per i valori positivi di X; l'ascissa è divisa in 20 intervalli.

Se infine si deve presentare una funzione sempre positiva che si sviluppa soltanto per valori di $X > 0$ risulta conveniente formare un sistema di assi cartesiani ad un solo quadrante sbloccando la seconda e la quarta istruzione; in questo caso l'asse Y viene posto all'estrema sinistra del reticolo e l'asse X in fondo al reticolo e si dispone di tutto il reticolo per il tracciamento della funzione; si ha che l'ascissa e l'ordinata sono divise in 20 intervalli.

Premendo F5, se si sono sbloccate ad esempio la prima e la terza istruzione, si ha la presentazione del sistema di assi cartesiani a 4 quadranti come mostrato in figura 2 .

Per consentire una migliore visione dei grafici nel testo questi sono stampati con tratto nero su fondo bianco, mentre gli stessi compaiono sullo schermo a tratto bianco o colorato su sfondo nero.

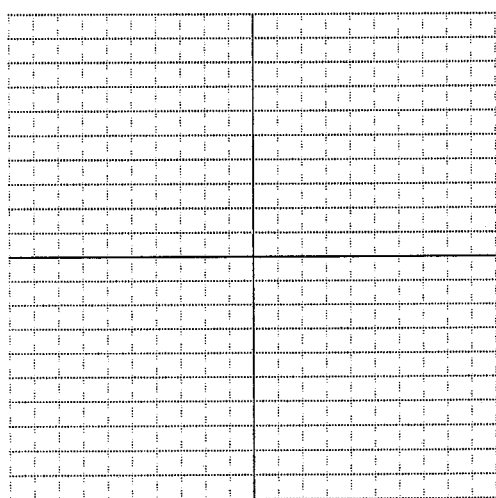


Figura 2
Sistema di assi cartesiani
a 4 quadranti con reticolo

Il programma che abbiamo ora illustrato inizia con l'istruzione grafica principale SCREEN 9.

Questa prepara la routine ad accogliere le istruzioni grafiche: PSET (x , y) e LINE (a , b)-(c , d) .

E' necessario rimarcare che nel prosieguo del testo numerosi programmi richiederanno l'impiego del sistema di assi cartesiani con reticolo senza il quale, mancando ad essi l'istruzione principale SCREEN 9, non potranno "girare" da soli.

3.15 Il tracciamento dei grafici delle funzioni matematiche

L'istruzione PSET (x , y) si evidenzia in tutta la sua potenzialità nell'operazione di tracciamento dei grafici delle funzioni matematiche .

Le traiettorie dei punti governate da PSET(x , y) seguono i valori delle coordinate x; y anche quando queste sono a loro volta governate da funzioni di una o più variabili indipendenti.

L'unico vincolo alle traiettorie è determinato dalle dimensioni del reticolo fissato per il sistema di assi cartesiani; per le nostre applicazioni abbiamo stabilito, nel paragrafo 3.14, le dimensioni del reticolo in 460 pixel per le ascisse e 320 pixel per le ordinate; ciò implica che il campo di variabilità della coordinata x che comanda la traiettoria orizzontale del punto non deve essere superiore a 460 pixel e che il campo di variabilità della coordinata y che comanda la traiettoria verticale non deve essere superiore a 320 pixel.

A questo punto è necessario fare alcune precisazioni in merito ai campi di variabilità delle coordinate ed ai rapporti con le funzioni da tracciare:

Sul campo di variabilità della x

Se il sistema di assi cartesiani è stato diviso in 4 quadranti il campo di variabilità della x impegna 230 pixel per il semicampo dei valori negativi e 230 pixel per il semicampo dei valori positivi.

Se il sistema di assi cartesiani è stato diviso in 1 o 2 quadranti il campo unico di variabilità della x impegna 460 pixel.

Sul campo di variabilità della y

Se il sistema di assi cartesiani è stato diviso in 2 o 4 quadranti il campo di variabilità della y impegna 160 pixel per il semicampo dei valori negativi e 160 pixel per il semicampo dei valori positivi.

Se invece il sistema di assi cartesiani è stato diviso in 1 solo quadrante il campo di variabilità della y impegna 320 pixel.

Sulle funzioni da tracciare

Per il tracciamento delle funzioni si devono considerare separatamente la variabile indipendente, che agisce sulla coordinata x del punto, e la variabile dipendente che agisce sulla coordinata y ; per entrambe le variabili è necessario stabilire il valore del rispettivo campo di variabilità:

-nel caso che questo non contenga il valore zero se ne considera in blocco tutta l'estensione
-nel caso che il campo contenga il valore zero si considerano le due parti che lo costituiscono, il semicampo positivo e il semicampo negativo

Entrambe le variabili devono essere rapportate alle scale disponibili mediante la moltiplicazione con adatti coefficienti:

La variabile indipendente per sistema di assi cartesiani a 4 quadranti

-si rapporta la variabile indipendente con la scala del reticolo moltiplicando x per il coefficiente k , dove $k = 230 \text{ pixel} / (\text{valore del semicampo } x)$

-si ottiene il posizionamento del punto all'intersezione degli assi, quando $x = 0$, sommando 230 pixel a $k * x$

-la variabile indipendente dell'istruzione PSET assume pertanto l'espressione $230 + k * x$

La variabile indipendente per sistema di assi cartesiani ad 1 e a 2 quadranti

-si rapporta la variabile indipendente con la scala del reticolo moltiplicando x per il coefficiente $k1$, dove $k1 = 460 \text{ pixel} / (\text{valore del campo } x)$

-il posizionamento del punto all'intersezione degli assi quando $x = 0$ è automatico

-la variabile indipendente dell'istruzione PSET assume l'espressione $k1 * x$

La variabile dipendente per i sistemi di assi cartesiani a 2 e 4 quadranti

-si rapporta la variabile dipendente con la scala del reticolo moltiplicando y per il coefficiente $k2$,

dove $k_2 = 160 \text{ pixel} / (\text{valore del semicampo } y)$

-si ottiene il posizionamento del punto all'intersezione degli assi, quando $y = 0$, sottraendo $y * k_2$ da 160 pixel

-la variabile dipendente dell'istruzione PSET assume pertanto l'espressione $160 - y * k_2$

La variabile dipendente per i sistemi di assi cartesiani ad 1 quadrante

-si rapporta la variabile dipendente con la scala del reticolo moltiplicando y per il coefficiente k_3 , dove $k_3 = 320 \text{ pixel} / (\text{valore del campo } y)$

-si ottiene il posizionamento all'intersezione degli assi sottraendo $y * k_3$ da 320 pixel

-la variabile dipendente dell'istruzione PSET assume pertanto l'espressione $320 - y * k_3$

Sulla base di quanto sopra specificato riassumiamo infine le istruzioni PSET necessarie per il tracciamento dei grafici delle funzioni matematiche nel sistema di assi cartesiani che abbiamo costruito:

per 4 quadranti **PSET (230 + k * x , 160 - k2 * y)**

per 2 quadranti **PSET (k1 * x , 160 - k2 * y)**

per 1 quadrante **PSET (k1 * x , 320 - k3 * y)**

3.16 Esercitazione grafica n° 9 (tracciamento della funzione Sen x)

Disponendo del programma per la presentazione del sistema di assi cartesiani, sviluppato nel paragrafo 3.14, e delle nuove espressioni dell'istruzione PSET, elaborate nel paragrafo 3.15, vediamo come tracciare la curva della funzione $y = \text{Sen } x$:

1° si stabilisce il campo di variabilità della x , ad esempio, tra - 1.57 e +1.57 radianti

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in .00314 radianti

3° in base alla natura della funzione (funzione dispari) si sceglie la presentazione cartesiana a 4 quadranti "sbloccando" la prima e la terza istruzione del programma di paragrafo 3.14

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 4 quadranti **PSET (230 + k * x , 160 - k2 * y)** nella quale x coincide con la variabile indipendente della funzione e y rappresenta la funzione stessa $y = \text{Sen } x$

5° si determina il coefficiente k in base al semicampo di variabilità fissato per la x in 1.57

$$k = 230 / 1.57 = 146.49$$

6° si determina il coefficiente k_2 in base al semicampo di variabilità previsto per y , che per la funzione $y = \text{Sen } x$ è uguale ad 1

$$k_2 = 160 / 1 = 160$$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale che ci permette di tracciare la nostra funzione

PSET (230 + 146.49 * x , 160 - 160 * SIN (x))

8° si completa il programma del paragrafo 3.14 con l'aiuto dei punti 1° 2° e 7°:

' PROGRAMMA PER LA COSTRUZIONE DI UN SISTEMA DI ASSI CARTESIANI

SCREEN 9

```
FOR x=0 TO 460 STEP 23 ' impone che l'ascissa (x) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
' resta poi in attesa che l'istruzione successiva costruisca la prima
' punteggiata. Dopo che la prima punteggiata è stata tracciata
' il programma giunge alla prima istruzione NEXT x che riporta la
' esecuzione su il primo FOR x = che incrementa x di 23 pixel,
' il processo si ripete fino al valore di x = 460 per il tracciamento
' dell'ultima punteggiata verticale.
FOR y=0 TO 320 STEP 2 ' impone che l'ordinata (y) inizi il calcolo assumendo il valore (0) &
```

```

' quando l'esecuzione del programma giunge alla prima istruzione
' NEXT y, il programma ritorna alla prima istruzione FOR y= che incrementa y
' di 2 pixel . Il ciclo si ripete con incrementi di (2) per arrestarsi
' quando il valore di y ha raggiunto il valore (320) con la
' ultimazione della prima punteggiata verticale
' Il programma passa quindi alla prima istruzione NEXT x che lo invia
' al primo FORx= per l'impostazione della punteggiata successiva

PSET ( x, y ),7 ' comanda il posizionamento dei punti per il tracciamento delle punteggiate verticali
' in base alla prima coppia di istruzioni FOR (colore della punteggiata = bianco)

NEXT y ' comanda il programma al ritorno automatico alla prima istruzione FOR y =

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla prima istruzione FOR x =

FOR y = 0 TO 320 STEP 16 ' impone che l'ordinata (y) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
' resta poi in attesa che l'istruzione successiva costruisca la prima
' punteggiata. Dopo che la prima punteggiata è stata tracciata
' il programma giunge alla seconda istruzione NEXT y che riporta
' l'esecuzione sul secondo FOR y = che incrementa y di 16 pixel,
' il processo si ripete fino al valore di y = 320 per il tracciamento
' dell'ultima punteggiata orizzontale.

FOR x = 0 TO 460 STEP 3 ' impone che l'ascissa (x) inizi il calcolo assumendo il valore (0)
' quando l'esecuzione del programma giunge alla seconda istruzione
' NEXT x, il programma ritorna alla seconda istruzione FOR x= che
' incrementa x di 3 pixel . Il ciclo si ripete con incrementi di (3) per arrestarsi
' quando il valore di x ha raggiunto il valore (459) con la
' ultimazione della prima punteggiata orizzontale
' Il programma passa quindi alla seconda istruzione NEXT y che lo invia
' al secondo FORy= per l'impostazione della punteggiata successiva

PSET ( x, y ),7 ' comanda il posizionamento dei punti per il tracciamento delle punteggiate orizzontali
' in base alla seconda coppia delle istruzioni FOR , (colore della punteggiata = bianco)

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla seconda istruzione FOR x =

NEXT y ' comanda il programma al ritorno automatico alla seconda istruzione FOR y=

LINE ( 0 , 160 ) - ( 460 , 160 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
' per coordinate a 2 e a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

'LINE ( 0 , 320 ) - ( 460 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
' per coordinate ad 1 quadrante (colore = bianco luminoso)

LINE ( 230 , 0 ) - ( 230 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
' per coordinate a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

'LINE ( 0 , 0 ) - ( 0 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
' per coordinate ad 1 o 2 quadranti (colore = bianco luminoso)

' PROGRAMMA PER IL TRACCIAMENTO DELLA FUNZIONE Y = Sen x

FOR x = -1.57 TO 1.57 STEP .00314 ' campo di variabilità ed incremento della x (punto 1° e 2°)

PSET ( 230 + 146.49 * x , 160 - 160 * SIN ( x ) ) ' istruzione elaborata al punto 7°

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR x = -1.57 ecc.

```

si ha la presentazione grafica della funzione $y = \text{Sen } x$ come mostrato in figura 3.

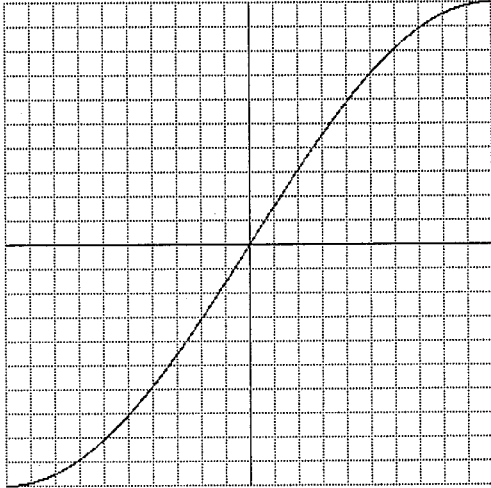


Figura 3

Grafico della funzione $\text{Sen } x$
 Campo di variabilità della x :
 da -1.57 a $+1.57$ radianti
 Scala asse $x = .157 \text{ rad. / div.}$
 Scala asse $y = .1 / \text{div.}$

3.17 Esercitazione grafica n° 10 (tracciamento della funzione $\text{Sen } x / x$)

Ci proponiamo di tracciare la curva della funzione

$$y = \frac{\text{Sen } x}{x}$$

1° si stabilisce il campo di variabilità della x , ad esempio, tra $.00001$ e 30 radianti (si osservi che nel campo di variabilità della x è stato escluso lo zero per non generare forme indeterminate)

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in $.01$ radianti

3° in base alla natura della funzione (funzione pari con la y definita nei due semicampi negativo e positivo) si sceglie la presentazione cartesiana a 2 quadranti "sbloccando" la prima e la quarta istruzione del programma di paragrafo 3.14

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 2 quadranti **PSET ($k1 * x$, $160 - k2 * y$)**

5° si determina il coefficiente $k1$ in base al campo di variabilità fissato per la x in 30 radianti

$$k1 = 460 / 30 = 15.33$$

6° si determina il coefficiente $k2$ in base al semicampo di variabilità previsto per y , che per la funzione $y = \text{Sen } x / x$ è uguale ad 1: $k2 = 160 / 1 = 160$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale che rende possibile il tracciamento della nostra funzione, si aggiunge il colore giallo:

$$\text{PSET (} 15.33 * x , 160 - 160 * \text{SIN (} x) / x \text{), 14}$$

8° si completa il programma del paragrafo 3.14 con l'aiuto dei punti 1° 2° e 7°:

Da questo esercizio in poi, per semplificare il testo, non ripeteremo completamente il programma per il tracciamento delle coordinate ma ci limiteremo a riscrivere soltanto le due istruzioni "sbloccate" e la routine necessaria ad accogliere la funzione da tracciare. Sarà cura del lettore, che si accinge a compilare il programma, richiamare da memoria o digitare la parte omessa. Senza l'istruzione SCREEN 9 di tale parte i programmi grafici non possono girare.

LINE (0 , 160) - (460 , 160) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
' per coordinate a 2 e a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

LINE (0 , 0) - (0 , 320) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
' per coordinate ad 1 o 2 quadranti (colore = bianco luminoso)

FOR x = .00001 TO 30 STEP .01 ' campo di variabilità ed incremento della x (punto 1° e 2°)

PSET (15.33 * x , 160 - 160 * SIN (x) / x) , 14 ' istruzione elaborata al punto 7°

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR x = .00001 ecc.

premuto F5 si ha la presentazione della funzione come mostrato in figura 4.

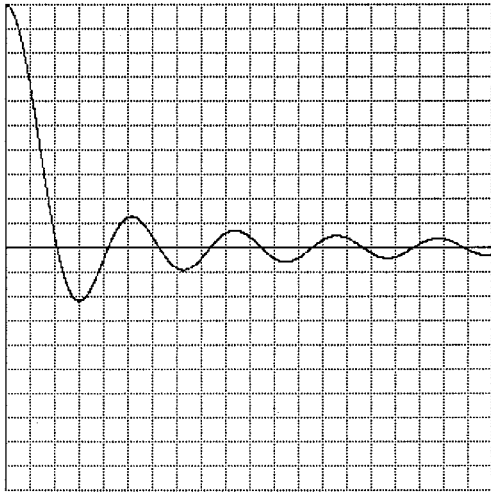


Figura 4

Grafico della funzione $\text{Sen } x / x$
Campo di variabilità della x :
da .00001 a 30 radianti
Scala asse x = 1.5 rad. /div.
Scala asse y = .1 / div.

3.18 Esercitazione grafica n° 11 (tracciamento della funzione gaussiana)

Proponiamoci di tracciare il grafico della funzione gaussiana

$$y = e^{-ax^2} \quad \text{per } a = .01$$

la funzione è pari e si estende soltanto nel campo positivo della y; è opportuno perciò, per una più ampia presentazione del tracciato, impiegare il sistema di assi cartesiani ad 1 solo quadrante:

1° si stabilisce il campo di variabilità della x, ad esempio, tra 0 e +20

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in .01
 3° in base alla natura della funzione si sceglie la presentazione cartesiana ad 1 quadrante "sbloccando" la seconda e la quarta istruzione del programma di paragrafo 3.14
 4° si riporta l'istruzione PSET relativa ad 1 quadrante **PSET (k1 * x , 320 - k3 * y)**
 5° si determina il coefficiente k1 in base al campo di variabilità fissato per la x in 20
 $k1 = 460 / 20 = 23$
 6° si determina il coefficiente k3 in base al campo di variabilità previsto per y, che per la funzione gaussiana è uguale ad 1: $k3 = 320 / 1 = 320$
 7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale che ci permette di tracciare la nostra funzione, si aggiunge il colore giallo:

PSET (23 * x , 320 - 320 * EXP (-a * x ^ 2)), 14

8° si completa il programma del paragrafo 3.14 con l'aiuto dei punti 1° 2° e 7°

LINE (0 , 320) - (460 , 320) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X) per 1 quadrante

LINE (0 , 0) - (0 , 320) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y) per 1 quadrante

a = .01 ' parametro della gaussiana fissato a .01

FOR x = 0 TO 20 STEP .01 ' campo di variabilità ed incremento della x (punto 1° e 2°)

PSET (23 * x , 320 - 320 * EXP (-a * x ^ 2)), 14 ' istruzione elaborata al punto 7°

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR x = 0 ...

igiando F5 si ha la presentazione della curva di figura 5

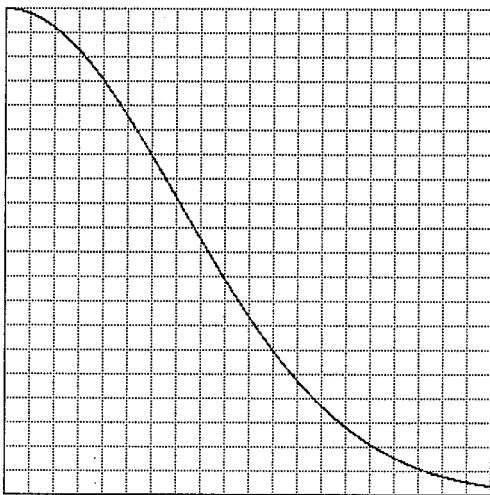


Figura 5
 Grafico della funzione gaussiana
 Campo di variabilità della x:
 da 0 a 20
 Scala asse x = 1 / div.
 Scala asse y = .05 / div.

3.19 La presentazione contemporanea di più funzioni

E' facile estendere il procedimento per il tracciamento della curva di una funzione al tracciamento di due o più funzioni contemporaneamente. Naturalmente in questo caso non si può scegliere il sistema di assi cartesiani che ottimizza una delle funzioni ma si deve optare per il sistema di assi che favorisce il tracciamento della funzione che necessita del numero più elevato di quadranti anche se ciò riduce la dimensione di presentazione delle altre curve.

E' utile in tali applicazioni tracciare le curve a colori diversi per poterle poi distinguere meglio l'una dall'altra. Una applicazione pratica di questo nuovo procedimento è riportata nel successivo paragrafo.

3.20 Esercitazione grafica n° 12 (il tracciamento di più funzioni)

Con questa esercitazione mostriamo la semplicità e l'importanza della metodologia di tracciamento contemporaneo di più funzioni; per comodità scegliamo le funzioni esaminate nei paragrafi 3.16; 3.17; 3.18 da definire in campi di variabilità della x compatibili tra loro:

$$y = \text{Sen } x$$

$$y = \text{Sen } x / x$$

$$y = e^{-a x^2}$$

Per quanto indicato nel paragrafo 3.19 dobbiamo scegliere il sistema di assi cartesiani a 4 quadranti necessario per la presentazione della funzione $y = \text{Sen } x$ anche se ciò costringe i grafici delle altre due funzioni ad essere tracciati in superfici ristrette; adottando i 4 quadranti, inoltre, vengono tracciate le parti simmetriche delle due curve pari che negli esercizi precedenti non sono state presentate, ed infine per diversificare i tracciati delle tre funzioni è opportuno colorare le curve in modo diverso.

Ciò premesso dobbiamo riproporre i termini di impostazione del lavoro come segue:

-per la funzione $y = \text{Sen } x$

1° si stabilisce il campo di variabilità della x, ad esempio, tra - 10 e +10 radianti

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in .01 radianti

3° in base alla natura della funzione (funzione dispari) si sceglie la presentazione cartesiana a 4 quadranti "sbloccando" la prima e la terza istruzione del programma di paragrafo 3.14

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 4 quadranti **PSET (230 + k * x , 160 - k2 * y)**

5° si determina il coefficiente k in base al semicampo di variabilità fissato per la x in 10 radianti

$$k = 230 / 10 = 23$$

6° si determina il coefficiente k2 in base al semicampo di variabilità previsto per y, che per la funzione $y = \text{Sen } x$ è uguale ad 1

$$k2 = 160 / 1 = 160$$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale che ci consente di tracciare la nostra funzione, si aggiunge il colore verde:

$$\text{PSET (230 + 23 * x , 160 - 160 * SIN (x)) , 2}$$

-per la funzione $\text{Sen } x / x$

1° si stabilisce il campo di variabilità della x, per uniformità con la prima funzione, tra -10 e + 10 radianti (si osservi che nel campo di variabilità della x l'esclusione dello zero è automatica grazie all'entità dell'incremento fissato)

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente come per la prima funzione in .01 radianti

3° indipendentemente dal tipo di funzione il sistema cartesiano è vincolato dalla prima funzione in 4 quadranti

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 4 quadranti **PSET (230 + k * x , 160 - k2 * y)**

5° si determina il coefficiente k in base al semicampo di variabilità fissato per la x in 10 radianti
 $k = 230 / 10 = 23$

6° si determina il coefficiente k2 in base al semicampo di variabilità previsto per y, che per la funzione $y = \text{Sen } x/x$ è uguale ad 1:

$$k2 = 160 / 1 = 160$$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale per tracciare la nostra funzione, si aggiunge il colore giallo:

PSET (230 + 23 * x , 160 - 160 * SIN (x) / x) , 14

-per la funzione gaussiana (si fissa a = .03 per una più chiara dimostrazione didattica)

1° si stabilisce il campo di variabilità della x in conformità con le altre funzioni da -10 a +10

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente come per le altre funzioni .01

3° il sistema di assi cartesiani è già fissato in precedenza in 4 quadranti

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 4 quadranti **PSET (230 + k * x , 160 - k2 * y)**

5° si determina il coefficiente k in base al semicampo di variabilità fissato per la x in 10
 $k = 230 / 10 = 23$

6° si determina il coefficiente k2 in base al campo di variabilità previsto per y, che per la funzione gaussiana è uguale ad 1:

$$k2 = 160 / 1 = 160$$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale che ci permette di tracciare la nostra funzione, colore bianco:

PSET (230 + 23 * x , 160 - 160 * EXP (-a * x ^ 2))

Con le tre istruzioni che abbiamo costruito compiliamo il programma voluto:

LINE (0 , 160) - (460 , 160) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X) coordinate a 4 quadranti

LINE (250 , 0) - (230 , 320) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y) coordinate a 4 quadranti

FOR x = - 10 TO 10 STEP .01 ' campo di variabilità ed incremento della x (punti 1° e 2°)

PSET (230 + 23 * x , 160 - 160 * SIN (x)) , 2 ' gestisce il tracciamento della curva Seno (colore verde)

PSET (230 + 23 * x , 160 - 160 * SIN (x) / x) , 14 ' gestisce il tracciamento della curva Sen x/x (colore giallo)

a = .03 ' parametro della gaussiana

PSET (230 + 23 * x , 160 - 160 * EXP (-a * x ^ 2)) ' gestisce il tracciamento curva gaussiana

NEXT x ' rimanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR x = - 10 ecc.

si ha la presentazione contemporanea delle tre curve come mostrato in figura 6

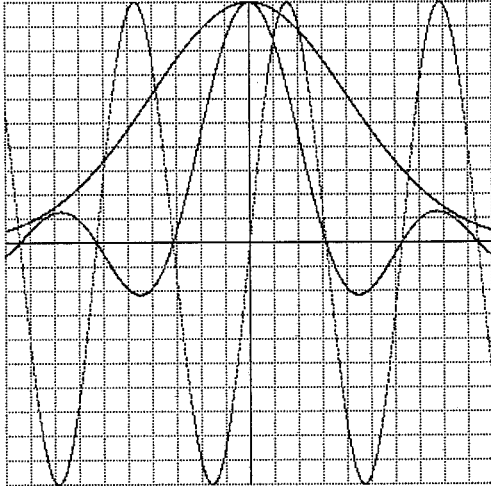


Figura 6

Grafico di tre funzioni
 Campo di variabilità della x :
 da -10 a +10 radianti
 Scala asse x = 1 rad./div.
 Scala asse y = .1 / div.

3.21 Esercitazione grafica n° 13 (tracciamento della funzione tangente)

Per introdurre il lettore all'impiego dell'istruzione PSET sono state usate, per semplicità, funzioni elementari il cui campo di variabilità di y si estende sempre tra 0 e +/- 1.

Esercitiamoci ora con una funzione elementare che ha un campo di variabilità di y diverso da +/-1; sia questa la funzione trigonometrica

$$Y = \text{Tang } x$$

della quale vogliamo tracciare il grafico rappresentativo nel campo di variabilità della x compreso tra -1.5 e +1 radianti.

Si deve osservare che nella compilazione dell'istruzione PSET dobbiamo impiegare il valore più grande (in valore assoluto) degli estremi che definiscono i semicampi di variabilità sia della x che della y, per far sì che tutta la funzione possa essere rappresentata nel grafico senza troncamenti.

Definito il campo di variabilità della x è necessario valutare il corrispondente campo di variabilità della y e per poi procedere alla compilazione del programma grafico; per fare ciò dobbiamo iniziare compilando un piccolo programma sulla base dei valori assegnati ad x:

```
CLS ' pulizia dello schermo
```

```
FOR x = -1.5 TO 1 STEP .5 ' impone che la variabile indipendente (x) inizi il calcolo assumendo
    ' il valore (-1.5), quando l'esecuzione del programma giunge alla istruzione
    ' NEXT il programma ritorna all'istruzione FOR che incrementa x del &
```

```

' valore (.5) . Il ciclo si ripete con incrementi di (.5) per arrestarsi
' quando il valore di x ha raggiunto il valore (1)
Y = TAN ( x ) ' funzione trigonometrica da computare

PRINT "Y = "; Y ' comando visualizzazione dati variabile dipendente

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR..

F5
Y = -14.10142
Y = -1.557408
Y = -.5463025
Y = 0
Y = .5463025
Y = 1.557408
F5

```

Lo sviluppo del programma ci ha fornito i valori del campo di variabilità di Y: da -14.10142 a +1.557408. A questo punto il lettore potrebbe pensare che il calcolo che è stato sviluppato poteva limitarsi ai soli estremi del campo di variabilità della x; ciò è vero, in questo caso, dato che la funzione in esame, nel campo di variabilità assunto per la x, è crescente. La procedura seguita è però d'obbligo dato che, nella generalità dei casi, le funzioni possono essere sia crescenti, sia decrescenti, sia dotate di massimi e minimi; è perciò indispensabile un'indagine all'interno del campo di variabilità per stabilire i valori massimi che la variabile indipendente può eventualmente assumere in qualsiasi punto del campo.

Chiarito questo significativo aspetto dell'indagine procediamo ora alla compilazione dell'istruzione PSET:

1° si riporta il campo di variabilità della x: da -1.5 a 1 radianti
2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in .001 radianti
3° in base alla natura della funzione (funzione dispari) si sceglie la presentazione cartesiana a 4 quadranti "sbloccando" la prima e la terza istruzione del programma di paragrafo 3.14
4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 4 quadranti **PSET (230 + k * x , 160 - k2 * y)**
5° si determina il coefficiente k in base al semicampo di variabilità più grande fissato per la x in -1.5 radianti $k = 230 / 1.5 = 153.33$ (il calcolo è eseguito sul valore assoluto di x)
6° si determina il coefficiente k2 in base al semicampo di variabilità più grande calcolato per y in -14.10141; $k2 = 160 / 14.10141 = 11.346$ (il calcolo è eseguito sul valore assoluto di y)
7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale che ci consente di tracciare la nostra funzione, si aggiunge il colore verde:

```
PSET ( 230 + 153.33 * x , 160 - 11.346 * TAN ( x ) ),2
```

8° si procede alla compilazione del programma:

```

LINE ( 0 , 160 ) - ( 460 , 160 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
' per coordinate a 2 e a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

LINE ( 230 , 0 ) - ( 230 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate ( asse Y)
' per coordinate a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

FOR x = -1.5 TO 1 STEP .001 ' campo di variabilità ed incremento della x (punti 1° e 2°)

PSET ( 230 + 153.33 * x , 160 - 11.346 * TAN ( x ) ),2 ' gestisce il tracciamento della curva
' Tangente (colore verde)

NEXT x ' invia all'istruzione FOR

```

si ha la presentazione del grafico voluto mostrato in figura 7

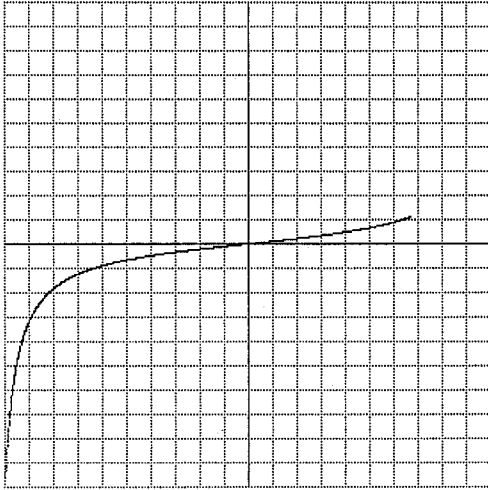


Figura 7

Grafico della funzione Tang x

Campo di variabilità della x :

da -1.5 a +1 radianti

Scala asse x = .15 rad. /div.

Scala asse y = 1.41 / div.

A conclusione di questa esercitazione è necessario far osservare che sono stati scelti due passi diversi di incremento della x: .5 radianti per il calcolo degli estremi del campo di variabilità della y e .001 radianti per il tracciamento del grafico della funzione. Ciò dipende da precise esigenze:

-per il calcolo degli estremi del campo di variabilità di y è sufficiente che l'incremento di x permetta di coprire il campo della sua variabilità con precisione particolare agli estremi senza necessità di calcolare molti valori di y all'interno del campo salvo che all'interno di questo non sia denunciato un massimo.

-per il tracciamento della curva della funzione è necessario disporre di molti valori di y in modo da rendere la presentazione della stessa uniforme e non punteggiata; per questa ragione, assumendo l'incremento di .001 radianti, si calcolano $(-1.5 + 1) / .001 = 2500$ punti di y che sono di gran lunga superiori al numero massimo dei 460 pixel dell'asse x.

3.22 L'istruzione LOCATE

E' di notevole interesse, per i sistemi grafici, l'istruzione **LOCATE** che permette di aggiungere delle scritte nel reticolo del sistema di assi cartesiani. Ricordiamo che la modalità di schermo **SCREEN 9** consente, come accennato al paragrafo 3.2, la scrittura di 80 caratteri in orizzontale e 24 caratteri in verticale, caratteri che possono essere evidenziati con la nuova istruzione.

A fianco del reticolo si possono scrivere, per ricordarle, informazioni varie riguardanti le funzioni tracciate e tutto ciò che l'operatore ritenga necessario

Per utilizzare l'istruzione **LOCATE** la si deve completare, sia con le "coordinate di carattere", sia

con i caratteri che devono essere scritti a partire da dette coordinate.

Le "coordinate di carattere" contengono il numero di posizione verticale del carattere, che può essere scelto tra 1 e 24, ed il numero di posizione orizzontale che può essere scelto tra 1 e 80 (se si sceglie il valore 80 un solo carattere può essere scritto).

Se ad esempio vogliamo scrivere i valori attribuiti alle divisioni del reticolo, orizzontale (.55) e verticale (1.34), collocando tali scritte nell'angolo inferiore destro dello schermo si compilano due istruzioni nel seguente modo:

per l'asse Y: LOCATE 23, 66 : PRINT "Y-Div. = 1.34"

-il numero 23 definisce la posizione della riga di scrittura alla ventitreesima fila partendo dall'alto dello schermo

-il numero 66 definisce l'inizio della scrittura al sessantaseiesimo carattere partendo dal lato sinistro dello schermo

-i caratteri Y-Div. = 1.34 rappresentano ciò che viene scritto nella posizione definita dalle coordinate di carattere

per l'asse X: LOCATE 22, 66 : PRINT "X-Div. = .55"

-il numero 22 definisce la posizione della riga di scrittura alla ventiduesima fila partendo dall'alto dello schermo

-il numero 66 definisce l'inizio della scrittura al sessantaseiesimo carattere partendo dal lato sinistro dello schermo

-i caratteri X-Div. = .55 rappresentano ciò che viene scritto nella posizione definita dalle coordinate di carattere

Per non incorrere in errori nell'impiego delle istruzioni LOCATE è consigliabile inserirle come ultime nel contesto della stesura del programma grafico; ciò è mostrato nell'esercitazione del paragrafo 3.23.

3.23 Esercitazione grafica n° 14 (l'impiego delle istruzioni LOCATE)

Al fine di esercitarci sull'impiego delle istruzioni LOCATE prendiamo in considerazione l'applicazione grafica n° 13; proponiamoci l'inserimento dei valori di scala del reticolo che andiamo a valutare:

per l'asse X ogni intervallo vale $1-1.5 / 10$ intervalli = .15

per l'asse Y ogni intervallo vale $1-14.10141 / 10$ intervalli = 1.41

con questi numeri modifichiamo le istruzioni LOCATE, illustrate nel paragrafo precedente, con i valori da attribuire agli intervalli del reticolo, lasciamo invece inalterate le posizioni delle scritte che sono state scelte per non interferire con il grafico; collochiamo le nuove istruzioni alla fine del programma grafico n° 12 che riportiamo:

LINE (0 , 160) - (460 , 160) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
' per coordinate a 2 e a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

LINE (230 , 0) - (230 , 320) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
' per coordinate a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

FOR x = - 1.5 TO 1 STEP .001 ' campo di variabilità ed incremento della x (punti 1° e 2°)

PSET (230 + 153.33 * x , 160 - 11.346 * TAN (x)) , 2 ' gestisce il tracciamento della curva
' Tangente (colore verde)

NEXT x ' invia all'istruzione FOR &

LOCATE 23 , 66 : PRINT "Y- Div. = 1.41" ' produce la scritta Y-Div. = 1.41 nell'angolo
' basso a destra dello schermo

LOCATE 22 , 66 : PRINT "X- Div. = .15" ' produce la scritta X-Div: = .15 nell'angolo
' basso a destra dello schermo

F5

si ha la presentazione del grafico con le indicazioni del valore attribuito agli intervalli verticali e orizzontali del reticolo.

F5

3.24 L'istruzione PSET per funzioni composte

Le esercitazioni che abbiamo svolto nei paragrafi precedenti sono state volutamente indirizzate al tracciamento dei grafici delle funzioni elementari per mostrare come le funzioni matematiche possano diventare parte integrante dell'istruzione PSET. In effetti ciò è possibile anche per funzioni composte da più funzioni elementari, ma se queste sono molto complicate le istruzioni PSET sono compilabili con difficoltà. In tali casi si adotta un metodo semplice che dà modo di scrivere separatamente la funzione composta, di valutarne il campo di variabilità e di compilare l'istruzione PSET mediante un solo simbolo al posto della funzione della quale si deve tracciare la curva.

Il metodo consiste nell'impiego della scrittura di base dell'istruzione PSET che come ricordiamo ha la forma:

PSET (x , y)

che, per non creare confusioni con la generica nomenclatura delle variabili indipendenti e dipendenti delle funzioni da tracciare, può essere scritta:

PSET (a , b)

dove (a) e (b) hanno sostituito rispettivamente i caratteri x ed y mantenendo inalterato il loro ruolo di variabili di posizione.

A questo punto l'istruzione PSET (a , b), semplicemente come è scritta, può essere inserita nel contesto del programma grafico collegando opportunamente, mediante uguaglianze, le nuove variabili di posizione (a) , (b) alla funzione di cui si vuole tracciare il grafico.

Una sintesi di questo procedimento è mostrata nell'esercitazione grafica n° 15 .

3.25 Esercitazione grafica n° 15 (il tracciamento di una funzione composta)

Il presente esercizio ha lo scopo di mostrare l'impiego dell'istruzione PSET(a , b) per il tracciamento di una funzione composta; vediamo quindi come presentare il grafico della funzione:

$$Y = \frac{\ln(3 + 4x) + \text{Sen } 2x}{5x + 1}$$

nel campo di variabilità di x compreso tra 0 e 2 radianti .

Similmente a quanto già fatto nel paragrafo 3.21 iniziamo a calcolare il campo di variabilità di Y:

In questo caso, prima di iniziare il calcolo, è necessario trasformare l'espressione ordinaria della funzione composta, mediante le corrispondenze simboliche, in una espressione in Qbasic; abbiamo pertanto

$$Y = (\text{LOG}(3 + 4 * x) + \text{SIN}(2 * x)) / (5 * x + 1)$$

che andiamo ad inserire nel seguente programma:

```
CLS ' pulizia dello schermo
FOR x=0 TO 2 STEP .5 ' impone che la variabile indipendente (x) inizi il calcolo assumendo
                    ' il valore ( 0 ), quando l'esecuzione del programma giunge alla istruzione
                    ' NEXT il programma ritorna all'istruzione FOR che incrementa x del
                    ' valore ( . 5 ). Il ciclo si ripete con incrementi di ( . 5 ) per arrestarsi
                    ' quando il valore di x ha raggiunto il valore (2)
Y = ( LOG ( 3 + 4 * x ) + SIN ( 2 * x ) ) / ( 5 * x + 1 ) ' funzione composta da computare
PRINT "Y = " ; Y ' comando visualizzazione dati variabile dipendente
NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico alla istruzione FOR...
```

```

F5
Y = 1.098612
Y = .7002597
Y = .4758679
Y = .2750994
Y = .1491902
F5
```

Lo sviluppo del programma ci ha fornito i valori del campo di variabilità di Y: da +1.098612 a +.1491902 nel quale si vede che la funzione è decrescente, procediamo ora alla compilazione dell'istruzione PSET (a , b).

1° si riporta il campo di variabilità della x: da 0 a 2 radianti

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in .001 radianti

3° in base alla natura della funzione si sceglie la presentazione cartesiana ad 1 quadrante "sbloccando" la seconda e la quarta istruzione del programma di paragrafo 3.14

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ad 1 quadrante **PSET (k1 * x , 320 - k3 * y)** si modifica l'istruzione in PSET (a , b) con le uguaglianze:

$x = a$ $y = b$ scrivendo **PSET (k1 * a , 320 - k3 * b)**

5° si determina il coefficiente k1 in base al campo di variabilità fissato per la $x = a$ in 2 radianti

$$k1 = 460 / 2 = 230$$

6° si determina il coefficiente k3 in base all'estremo del campo di variabilità calcolato per $y = b$

$$k3 = 320 / 1.09861 = 291.277$$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa la nuova istruzione PSET:

$$\text{PSET} (230 * a , 320 - 291.277 * b)$$

8° si procede alla compilazione del programma:

```
LINE ( 0 , 320 ) - ( 460 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse ( asse X )
                              ' per coordinate ad 1 quadrante ( colore = bianco luminoso )
```

```
LINE ( 0 , 0 ) - ( 0 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate ( asse Y )
                              ' per coordinate ad 1 o 2 quadranti ( colore = bianco luminoso )      &
```

```

FOR x = 0 TO 2 STEP .001 ' campo di variabilità ed incremento della x (punti 1° e 2°)
Y = (LOG (3 + 4 * x) + SIN (2 * x)) / (5 * x + 1) ' calcolo della funzione composta
a = x ' uguaglianza tra l'ascissa di posizione di PSET e la variabile indipendente della funzione
' nota bene- nell'eguaglianza il primo termine deve essere (a) ed il secondo termine x
b = Y ' uguaglianza tra l'ordinata di posizione di PSET e la variabile dipendente della funzione
' nota bene- nell'eguaglianza il primo termine deve essere (b) ed il secondo termine y
PSET ( 230 * a , 320 - 291.277 * b) , 2 ' gestisce il tracciamento della curva della funzione composta
' (colore verde)
NEXT x ' invia all'istruzione FOR

```

F5

si ha la presentazione del grafico voluto mostrato in figura 8.

Si consiglia il lettore di ripetere questa esercitazione per diversi campi di variabilità della x ponendo molta attenzione a non uscire dal campo di variabilità naturale della funzione logaritmica che fa parte della funzione composta; attenzione inoltre a non scegliere campi di variabilità che contengano valori di x tali da azzerare il denominatore della funzione.

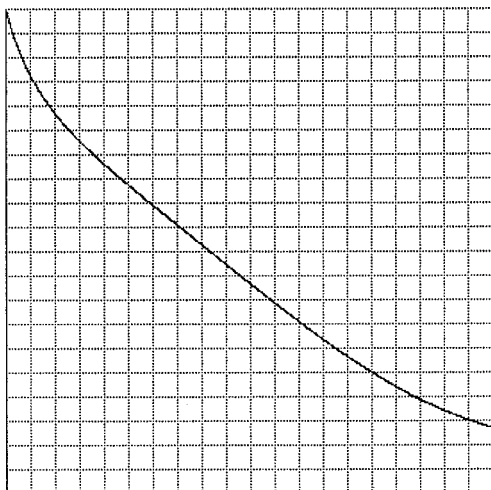


Figura 8
 Grafico della funzione composta
 Campo di variabilità della x :
 da 0 a 2 radianti
 Scala asse x = .1 rad. /div.
 Scala asse y = .054 / div.

3.26 La calibrazione delle scale nei sistemi di assi cartesiani

In tutti gli esercizi grafici svolti in precedenza i coefficienti di scala impiegati sono stati dimensionati allo scopo di assegnare la massima estensione ai tracciati in modo da renderne migliore la visualizzazione. Con questo metodo gli intervalli in cui sono suddivisi gli assi cartesiani, tramite il reticolo, assumono valori che a volte non si prestano ad una lettura diretta sul grafico dei livelli che la funzione assume per dati valori di x; ciò può rendere poco agevole un eventuale esame visivo, se necessario, della curva e dei suoi particolari caratteristici. Per facilitare la lettura

diretta dei tracciati delle funzioni si può impiegare il metodo della calibrazione delle scale nei sistemi di assi cartesiani; l'applicazione di tale metodo è mostrata nel successivo paragrafo 3.27.

3.27 Esercitazione grafica n° 16 (come calibrare la scala di un tracciato di funzione)

Il presente esercizio è sviluppato per evidenziare il passaggio tra un sistema di assi cartesiani non calibrato (utilizzato per una migliore visualizzazione della curva rappresentativa di una funzione matematica) ed un sistema di assi cartesiani calibrato (utilizzato nei casi in cui sia necessario valutare visivamente i livelli della curva rappresentativa di una funzione).

Consideriamo la funzione

$$Y = \ln x$$

nel campo di variabilità della x compreso tra .7 e 4.201; iniziamo il lavoro per ottenere il tracciato del grafico in modo da visualizzare al meglio la curva della funzione:
calcoliamo il campo di variabilità della y

CLS ' pulizia dello schermo

```
FOR x=.7 TO 4.201 STEP .5 ' impone che la variabile indipendente (x) inizi il calcolo assumendo
                          ' il valore (.7), quando l'esecuzione del programma giunge alla istruzione
                          ' NEXT il programma ritorna all'istruzione FOR che incrementa x del
                          ' valore (.5). Il ciclo si ripete con incrementi di (.5) per arrestarsi
                          ' quando il valore di x ha raggiunto il valore (4.2)
```

Y = LOG (x) ' funzione da computare

PRINT "Y = " ; Y ' comando visualizzazione dati variabile dipendente

NEXT x

```
                          F5
Y = -.356675
Y = .1823216
Y = .5306283
Y = .7884574
Y = .9932518
Y = 1.163151
Y = 1.308333
Y = 1.435084
                          F5
```

dal calcolo si vede che la funzione è crescente e che il campo di variabilità della Y è compreso tra -.356675 e +1.435084; seguiamo ora la procedura ordinaria:

1° si riporta il campo di variabilità della x : da .7 a 4.201

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in .001

3° in base alla natura della funzione si sceglie la presentazione cartesiana a 2 quadranti "sbloccando" la prima e la quarta istruzione del programma di paragrafo 3.14

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 2 quadranti PSET (k1 * x , 160 - k2 * y)

5° si determina il coefficiente k_1 in base al semicampo di variabilità più grande fissato per la x in 4.201 $k_1 = 460 / 4.201 = 109.5$

6° si determina il coefficiente k_2 in base al semicampo di variabilità più grande calcolato per y in 1.435084; $k_2 = 160 / 1.435084 = 111.491$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale che ci consente di tracciare la nostra funzione, si aggiunge il colore verde:

```
PSET ( 109.5 * x , 160 - 111.491 * LOG ( x ) ) ,2
```

8° si procede alla compilazione del programma:

```
LINE ( 0 , 160 ) - ( 460 , 160 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
' per coordinate a 2 e a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)
```

```
LINE ( 0 , 0 ) - ( 0 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
' per coordinate ad 1 o 2 quadranti (colore = bianco luminoso)
```

```
FOR x = .7 TO 4.201 STEP .001 ' campo di variabilità ed incremento della x (punto 1° e 2°)
```

```
PSET ( 109.5 * x , 160 - 111.491 * LOG ( x ) ) ,2 ' istruzione elaborata al punto 7°
```

```
NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR x = .7 ecc.
```

F5

si ha la presentazione del grafico di $Y = \ln x$, a tutto schermo, mostrata in figura 9.

Tracciata la curva ordinaria andiamo a valutare i valori degli intervalli in cui sono stati divisi gli assi cartesiani:

(asse X) ampiezza intervallo =

Valore massimo del campo / numero degli intervalli = $4.201 / 20 = .21$

(asse Y) ampiezza intervallo =

Valore massimo del campo / numero degli intervalli = $1.435084/10 = .1435$

visti i numeri si comprende che non è molto agevole valutare a vista sul grafico quale livello assume la y per un dato valore della x dato che gli intervalli in cui sono suddivisi i due assi cartesiani sono espressi da valori a più cifre.

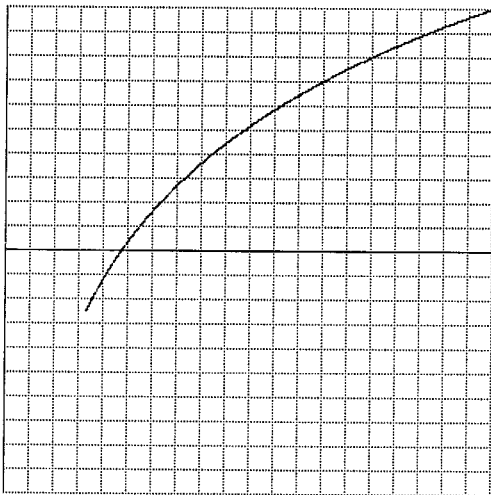


Figura 9

Grafico della funzione $\ln x$
 Campo di variabilità della x :
 da .7 a 4.201
 Scala asse x = .21 / div.
 Scala asse y = .1143 / div.

Ecco quindi che se devono essere svolte sul grafico operazioni di lettura diretta nasce l'esigenza di calibrare gli intervalli del reticolo.

Per eseguire questa nuova operazione si deve rinunciare alla presentazione a tutto schermo del grafico della funzione per farla rientrare in limiti più ristretti; il procedimento è il seguente:

- a) in base alla natura della funzione si sceglie la presentazione cartesiana a 2 quadranti "sbloccando" la prima e la quarta istruzione del programma di paragrafo 3.14
- b) in base alla presentazione scelta si evidenziano il numero degli intervalli in cui sono divisi gli assi cartesiani: asse X = 20 intervalli asse Y = 10 intervalli
- c) si riportano i valori del campo di variabilità della x: da .7 a 4.2
si sceglie un nuovo estremo del campo di variabilità di x, di poco superiore a 4.2, tale che sia un **intero divisibile per il numero degli intervalli**; nel nostro caso si può scegliere 5 ottenendo per gli intervalli il valore di $5 / 20 = .25$
- d) si riporta il valore massimo del campo di variabilità di y: 1.435084
si sceglie un numero, superiore a 1.435084, che sia un **intero divisibile per il numero degli intervalli**; nel nostro caso si sceglie il valore 2 ottenendo per gli intervalli il valore $2 / 10 = .2$
- e) si fissa l'incremento della variabile indipendente in .001
- f) si riporta l'istruzione PSET relativa ai 2 quadranti **PSET (k1 * x , 160 - k2 * y)**
- g) si determina il coefficiente k1 in base al nuovo campo di variabilità fissato per la x in 5
 $k1 = 460 / 5 = 92$
- h) si determina il coefficiente k2 in base al nuovo semicampo fissato per y in 2
 $k2 = 160 / 2 = 80$
- i) sulla base dei punti f), g), h), si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale che ci permette di tracciare la nostra funzione su scala calibrata, si aggiunge il colore giallo:

PSET (92 * x , 160 - 80 * LOG (x)), 14

- l) si procede alla compilazione del programma aggiungendo le istruzioni LOCATE che nei sistemi di assi cartesiani calibrati sono utili:

LINE (0 , 160) - (460 , 160) , 15 ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
' per coordinate a 2 e a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

LINE (0 , 0) - (0 , 320) , 15 ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
' per coordinate ad 1 o 2 quadranti (colore = bianco luminoso)

FOR x = .7 TO 5 STEP .001 ' campo di variabilità ed incremento della x , punto c) , punto e)

PSET (92 * x , 160 - 80 * LOG (x)) , 14 ' istruzione elaborata al punto i)

NEXT x ' comanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR x = .7 ecc.

LOCATE 23 , 66 : PRINT "Y- Div. = . 2" ' produce la scritta Y-Div. = . 2 nell'angolo
' basso a destra dello schermo

LOCATE 22 , 66 : PRINT "X- Div. = . 25" ' produce la scritta X-Div: = . 25 nell'angolo
' basso a destra dello schermo

F5

si ha la presentazione del grafico di $Y = \ln x$ su assi calibrati ad intervalli di .25 per asse X e .2 per asse Y. come mostrato in figura 10.

Dall'esame di questo tracciato calibrato si osserva che è molto facile la lettura dei valori di y una volta assegnati quelli di x dato che per entrambi è possibile, contando il numero delle divisioni, risalire ai livelli cercati.

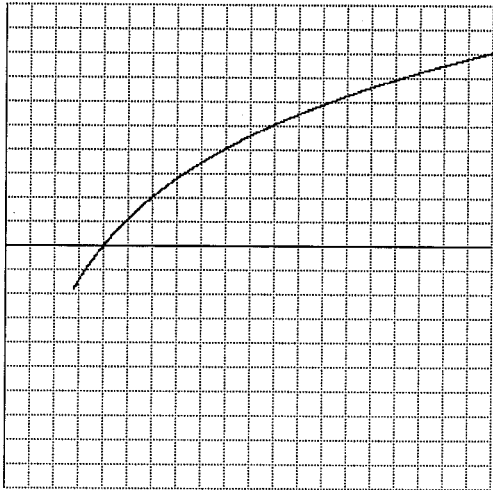


Figura 10
 Grafico calibrato funzione ln x
 Campo di variabilità della x :
 da .7 a 5
 Scala asse x = .25 /div.
 Scala asse y = .2 / div.

3.28 Le funzioni a più valori

Le funzioni a più valori o polidrome hanno tre esempi nella geometria analitica: la circonferenza, l'ellisse e la parabola con asse orizzontale.

Queste funzioni, in particolare, presentano due valori della variabile dipendente in corrispondenza di un solo valore della variabile indipendente; si vedrà come si può affrontare semplicemente il problema della compilazione del programma per il tracciamento di tali curve.

3.28.1 Esercitazione grafica n° 17 (la circonferenza)

Per il tracciamento della circonferenza si devono impiegare le corrispondenze simboliche che riportiamo:

31) (circonferenza)

$$Y = +/- (r^2 - x^2)^{1/2}$$

$$Y = \text{SQR} (r^2 - x^2)$$

$$Y = - \text{SQR} (r^2 - x^2)$$

si tratta della forma più semplice di circonferenza, curva che ha il centro nell'origine degli assi cartesiani ed è definita dal solo raggio r.

Come anticipato al paragrafo 3.28 la funzione è a due valori, questi sono espressi dalle due simbologie in Qbasic che differiscono tra loro soltanto per i segni algebrici; ci troviamo perciò di fronte ad una nuova situazione che richiede un diverso approccio alla compilazione del programma per il tracciamento del grafico di una singola funzione.

Si deve pensare alla nuova curva come se fossero due distinte, da tracciare contemporaneamente

sullo schermo; una rappresenta il ramo di circonferenza di raggio r da tracciare nei due quadranti superiori del sistema di assi cartesiani, l'altra rappresenta il ramo di circonferenza di raggio r da tracciare nei due quadranti inferiori. Ciò premesso risulta evidente che si può far ricorso all'esperienza condotta nel paragrafo 3.20 in merito alla presentazione contemporanea di più funzioni e, fissato ad esempio il valore del raggio $r = 5$, scrivere:

-Per il ramo superiore (positivo) della circonferenza

1° dato il valore di $r = 5$ si stabilisce il campo di variabilità della x tra -5 e +5

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in .01

3° in base alla natura della funzione si sceglie la presentazione cartesiana a 4 quadranti "sbloccando" la prima e la terza istruzione del programma di paragrafo 3.14

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 4 quadranti **PSET (230 + k * x , 160 - k2 * y)**

5° si determina il coefficiente k in base al semicampo di variabilità fissato per la x in 5

$$k = 230 / 5 = 46$$

6° si determina il coefficiente k2 in base al campo di variabilità previsto per y, che per la circonferenza è uguale ad $r = 5$

$$k2 = 160 / 5 = 32$$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, l'istruzione finale che ci consente di tracciare la nostra funzione, si aggiunge il colore verde:

PSET (230 + 46 * x , 160 - 32 * SQR (25 - x ^ 2)) ,2

-Per il ramo inferiore (negativo) della circonferenza l'impostazione è identica; la differenza è nell'istruzione finale che deve avere il segno negativo davanti alla funzione:

PSET (230 + 46 * x , 160 - 32 * (- SQR (25 - x ^ 2))) ,2

Con le due istruzioni che abbiamo costruito compiliamo il programma voluto:

LINE (0 , 160) - (460 , 160) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X) per 4 quadranti

LINE (230 , 0) - (230 , 320) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y) per 4 quadranti

FOR x = - 5 TO 5 STEP .01 ' campo di variabilità ed incremento della x (punti 1° e 2°)

PSET (230 + 46 * x , 160 - 32 * SQR (25 - x ^ 2)) ,2 ' gestisce il tracciamento del ramo di curva
' superiore (colore verde)

PSET (230 + 46 * x , 160 - 32 * (- SQR (25 - x ^ 2))) ,2 ' gestisce il tracciamento del ramo di
' curva inferiore (colore verde)

NEXT x ' rimanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR x = - 5 ecc.

F5

si ha la presentazione della circonferenza come mostrato in figura 11.

E' di notevole interesse didattico il tracciamento della circonferenza con il centro non disposto nell'origine degli assi cartesiani.

Numerosi problemi di geometria analitica impiegano questo tipo di curva.

Lasciamo al lettore, a titolo di esercizio, la composizione dell'uguaglianza simbolica per tale circonferenza e la sua implementazione in Qbasic.

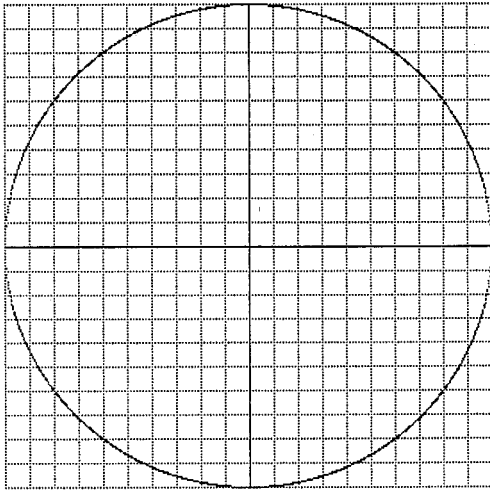


Figura 11
 Grafico funzione circonferenza
 Campo di variabilità della x :
 da $-r$ a $+r$
 Scala asse x = .5 /div.
 Scala asse y = .5/ div.

3.28.2 Esercitazione grafica n 18° (l'ellisse)

Così come abbiamo fatto nell'esercitazione precedente riportiamo le corrispondenze simboliche che interessano l'ellisse:

33) (ellisse)

$$Y = +/- (b : a) (a^2 - x^2)^{1/2}$$

$$Y = (b / a) * \text{SQR} (a^2 - x^2)$$

$$Y = - (b / a) * \text{SQR} (a^2 - x^2)$$

Anche in questo caso, come per la circonferenza, la curva deve essere divisa idealmente in due rami e, una volta fissati i parametri a; b, si procede alla compilazione del programma con un metodo un poco diverso dal precedente per dar modo al lettore di apprendere un nuovo sistema di impostazione. Assumendo $b = 3$, $a = 6$ scriviamo:

-Per il ramo superiore (positivo) dell'ellisse

1° dato il valore di $a = 6$ si stabilisce il campo di variabilità della x tra -6 e +6

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in .01

3° in base alla natura della funzione si sceglie la presentazione cartesiana a 4 quadranti "sbloccando" la prima e la terza istruzione del programma di paragrafo 3.14

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 4 quadranti $\text{PSET} (230 + k * x , 160 - k2 * y)$

5° si determina il coefficiente k in base al semicampo di variabilità fissato per la x in 6

$$k = 230 / 6 = 38.33$$

6° per non deformare il tracciato dell'ellisse si calcola k2 in modo da ottenere per l'asse Y la stessa scala assegnata all'asse X $k2 = 160 / 6 = 26.66$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, la funzione per il ramo positivo

$$Y = (3 / 6) * (\text{SQR} (36 - x^2))$$

8° si costruisce l'istruzione di PSET con il valore di Y sopra impostato (curva di colore giallo)

```
PSET ( 230 + 38.33 * x , 160 - 26.66 * Y ) ,14
```

-Per il ramo inferiore (negativo) dell'ellisse basta scrivere la nuova istruzione ponendo $t = -Y$

```
PSET ( 230 + 38.33 * x , 160 - 26.66 * t ) ,14
```

con le due istruzioni che abbiamo costruito compiliamo il programma voluto:

```
LINE ( 0 , 160 ) - ( 460 , 160 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
' per coordinate a 2 e a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

LINE ( 230 , 0 ) - ( 230 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
' per coordinate a 4 quadranti (colore = bianco luminoso)

FOR x = - 6 TO 6 STEP .01 ' campo di variabilità ed incremento della x (punti 1° e 2°)

Y = ( 3 / 6 ) * ( SQR ( 36 - x ^ 2 ) ) ' calcolo della funzione del ramo positivo dell'ellisse

t = - Y ' cambiamento di segno della funzione per il calcolo del ramo negativo dell'ellisse

PSET ( 230 + 38.33 * x , 160 - 26.66 * Y ) ,14 ' gestisce il tracciamento del ramo di
' curva positiva (colore giallo)

PSET ( 230 + 38.33 * x , 160 - 26.66 * t ) ,14 ' gestisce il tracciamento del ramo di
' curva negativa (colore giallo)

NEXT x ' rimanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR x = - 6 ecc.
```

F5

si ha la presentazione dell'ellisse come mostrato in figura 12.

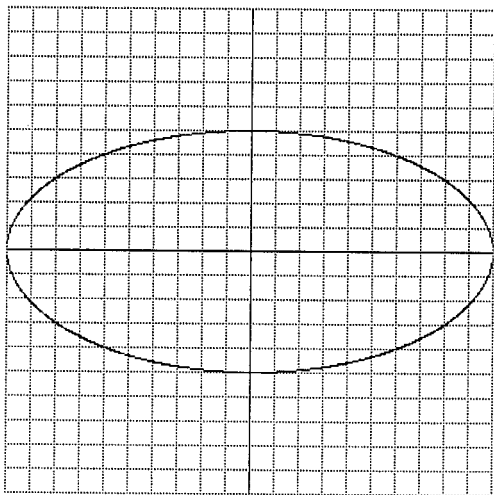


Figura 12
Grafico della funzione ellisse
Campo di variabilità della x :
da -6 a + 6
Scala asse x = .6 /div.
Scala asse y = .6 / div.

3.28.3 Esercitazione grafica n° 19 (la parabola con asse orizzontale)

Eseguiamo quest'ultimo esercizio sulle funzioni polidrome compilando il programma per il tracciamento del grafico della parabola ad asse orizzontale in base alle corrispondenze simboliche:

34) (parabola con asse orizzontale)

$$Y = +/- (2 p x)^{1/2}$$

$$Y = \text{SQR} (2 * p * x)$$

$$Y = - \text{SQR} (2 * p * x)$$

procediamo secondo lo schema dell'esercitazione n° 18 dopo aver assunto per p il valore + 3:

-Per il ramo superiore (positivo) della parabola

1° dato il valore positivo di p si stabilisce il campo di variabilità della x tra 0 e + 12

2° si fissa l'incremento dei passi della variabile indipendente in .01

3° in base alla natura della funzione si sceglie la presentazione cartesiana a 2 quadranti "sbloccando" la prima e la quarta istruzione del programma di paragrafo 3.14

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ai 2 quadranti $\text{PSET} (k1 * x , 160 - k2 * y)$

5° si determina il coefficiente k1 in base al semicampo di variabilità fissato per la x in 12

$$k1 = 460 / 12 = 38.33$$

6° si determina il coefficiente k2 in base al campo di variabilità previsto per y, che per la parabola in oggetto è uguale al valore che la funzione assume per $x = 12$; $Y = 8.48$

$$k2 = 160 / 8.48 = 18.86$$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa, in simbologia Qbasic, la funzione per il ramo positivo

$$Y = \text{SQR} (2 * 3 * x)$$

8° si costruisce l'istruzione di PSET con il valore di Y sopra impostato (curva di colore verde)

$$\text{PSET} (38.33 * x , 160 - 18.86 * Y), 2$$

-Per il ramo inferiore (negativo) della parabola basta scrivere la nuova istruzione ponendo $t = -Y$

$$\text{PSET} (38.33 * x , 160 - 18.86 * t), 2$$

con le due istruzioni che abbiamo costruito compiliamo il programma voluto:

`LINE (0 , 160) - (460 , 160) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X) a 2 quadranti`

`LINE (0 , 0) - (0 , 320) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y) a 2 quadranti`

`FOR x = 0 TO 12 STEP .01 ' campo di variabilità ed incremento della x (punti 1° e 2°)`

`Y = SQR (2 * 3 * x) ' calcolo della funzione del ramo positivo della parabola`

`t = - Y ' cambiamento di segno della funzione per il calcolo del ramo negativo dell'ellisse`

`PSET (38.33 * x , 160 - 18.86 * Y), 2 ' gestisce il tracciamento del ramo di curva positiva (colore verde)`

`PSET (38.33 * x , 160 - 18.86 * t), 2 ' gestisce il tracciamento del ramo di curva negativa (colore verde)`

`NEXT x ' rimanda il programma al ritorno automatico all'istruzione FOR x = 0 ecc.`

si ha la presentazione della parabola con asse orizzontale come mostrato in figura 13.

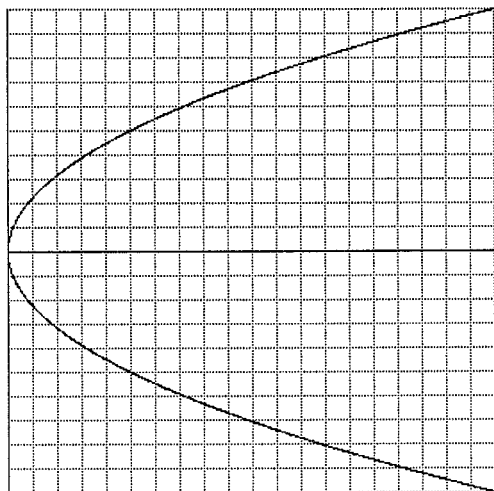


Figura 13

Grafico funzione parabola
 Campo di variabilità della x :
 da 0 a 12
 Scala asse $x = .6 / \text{div.}$
 Scala asse $y = .6 / \text{div.}$

3.29 Le funzioni di tabella

Concludiamo il presente capitolo con una interessante applicazione del metodo grafico Qbasic che permette di tracciare gli andamenti delle "funzioni di tabella". Le funzioni di tabella sono formate da un insieme discreto di valori numerici associati in corrispondenza con altri valori; un esempio aiuta a chiarire il concetto:

Siano state rilevate ad intervalli regolari di un' ora quattro letture relative al consumo di acqua in un appartamento, con i valori rilevati sia stato compilato il seguente prospetto:

Tempo in ore	Consumo in metri cubi
1	.2
2	.3
3	.7
4	.8

è ovvio che il consumo dell'acqua dipende, con legge casuale, dal tempo che passa; il consumo è la variabile dipendente ed il tempo la variabile indipendente.

Il prospetto sopra indicato è di fatto una tabella in cui nella prima colonna è riportata la variabile indipendente (x) e nella seconda colonna la variabile dipendente (y). Tabelle simili, contenenti molte coppie di valori possono essere il frutto di attività varie, sia dovute a sviluppi di carattere matematico, sia dovute a rilievi sperimentali di fenomeni fisici.

Spiegata la dizione "funzioni di tabella" si comprende come questo particolare tipo di funzione

possa richiedere il tracciamento grafico del suo andamento, sia per evidenziarne particolari caratteristiche, sia per favorirne il controllo comparativo con funzioni matematiche precalcolabili od altro.

L'insieme delle coppie di valori che formano una tabella prende il nome di "**matrice**".

-La matrice può essere di "tipo permanente" e come tale memorizzata nel contesto di un programma; in tal caso essa resta in archivio con il programma stesso per essere impiegata ogni qualvolta sia necessario. La matrice permanente richiede un sensibile tempo di inserimento nel programma.

-La matrice può essere di "tipo volatile" e come tale impiegabile in un programma dopo averla inserita, non può essere memorizzata con il programma ma deve essere reinserita ogni volta che se ne richiede l'utilizzazione. La matrice volatile è inseribile nel contesto del programma con rapidità.

In questo capitolo tratteremo soltanto delle matrici di tipo permanente rimandando il lettore al capitolo 7 per la descrizione delle matrici di tipo volatile.

Per tracciare il grafico di una matrice permanente è richiesta la compilazione di un programma che impiega alcune nuove istruzioni; ne diamo spiegazioni nell'ordine in cui intervengono, intercalate ad altre già note, nell'ambito della routine:

DIM a(n) questa istruzione fissa il numero n delle coppie che formano la matrice; se le coppie sono ad esempio 65 si dovrà scrivere **DIM a(65)**.

GOSUB matrice questa istruzione porta l'esecuzione del programma nella zona dello stesso dove è stata compilata la matrice.

END questa istruzione impone al programma di fermarsi dopo che sono stati letti tutti i valori che compongono la matrice.

matrice: è il nome assegnato alla matrice e richiamato dall'istruzione GOSUB; il nome può essere qualsiasi, in questa esposizione è stato scelto "matrice".

a(x) = y è l'istruzione che identifica una generica coppia dei valori di matrice; in cui **x** è il valore della variabile indipendente e **y** è il valore della variabile dipendente; ad esempio per la coppia $x = 37$ e $Y = -1.56$ scriveremo: **a(37) = -1.56**.

RETURN è l'istruzione che consente di ritornare al punto di programma dal quale si esplora la matrice; questa istruzione deve essere collocata alla fine della matrice.

Con le indicazioni che abbiamo dato rimandiamo il lettore all'esercitazione grafica n° 20 nella quale applichiamo questo nuovo gruppo di istruzioni per la compilazione di un istruttivo programma di grafica.

3.30 Esercitazione grafica n° 20 (funzione di tabella)

Proponiamoci di tracciare il grafico della funzione di tabella sotto riportata:

variabile indipen.	variabile dipen.	
x	y	
0	.2	La funzione di tabella è formata con 34 coppie di valori che devono essere rappresentati mediante un grafico a punti discreti; ciascun punto deve comparire sullo schermo video in base alle coordinate x , y definite dalla tabella stessa . La settima coppia di valori , ad esempio, deve definire la posizione del settimo punto del grafico in base alle coordinate $x = 6$ $y = 3.6$; la trentesima coppia di valori deve definire la posizione del trentesimo punto in base alle coordinate
1	.5	
2	.8	
3	1.2	
4	1.7	
5	2.3	
6	3.6	
7	4.6	
8	5.2	
9	6	

10	6.5	
11	7.2	$x = 29 \quad y = 2.8$
12	7.8	
13	8.1	
14	8.2	Si deve osservare che le coppie, pur essendo 34, hanno come
15	8.2	valore estremo di x il numero 33, ciò per il fatto che il primo
16	7.8	valore di x è uguale a 0.
17	7.2	
18	6.5	I valori che formano la funzione di tabella saranno chiamati
19	6.1	nel prosieguo, indifferentemente, tabella o matrice.
20	6	
21	6	
22	6.1	
23	6.2	
24	6.3	
25	6.1	
26	5.8	
27	4.8	
28	3.8	
29	2.8	
30	2	
31	1.5	
32	1.2	
33	1	

Iniziamo ad elaborare i primi dati per la compilazione del programma grafico:

1° si riporta il campo di variabilità della x dato dalla matrice: da 0 a 33

2° l'incremento dei passi della variabile indipendente è stabilito dalla matrice ad 1

3° in base alla natura della funzione (che la matrice mostra sempre positiva) si sceglie la presentazione ad 1 quadrante "sbloccando" la seconda e la quarta istruzione del programma di paragrafo 3.14

4° si riporta l'istruzione PSET relativa ad 1 quadrante $PSET (k1 * x , 320 - k3 * y)$

5° si determina il coefficiente k1 in base al campo di variabilità fissato per la x in 33

$$k1 = 460 / 33 = 13.93$$

6° si determina il coefficiente k3 in base all'estremo del campo di variabilità di y che la matrice fissa in 8.2

$$K3 = 320 / 8.2 = 39.02$$

7° sulla base dei punti 4°, 5°, 6°, si completa l'istruzione PSET dove $y = a(x)$:

$$PSET (13.93 * x , 320 - 39.02 * a(x))$$

8° sulla base delle dimensioni della matrice si fissa l'istruzione DIM; $DIM a (34)$

si procede ora alla compilazione del programma:

LINE (0 , 320) - (460 , 320) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X) coordinate 1 quadrante

LINE (0 , 0) - (0 , 320) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y) coordinate 1 quadrante

DIM a (34) ' fissa la dimensione della matrice da utilizzare

FOR x = 0 TO 33 ' impone la scansione dei valori della matrice l'uno dopo l'altro

GOSUB matrice ' invia alla matrice per la lettura dei valori di $a(x)$

PSET (13.93 * x , 320 - 39.02 * a(x)) ' comanda la presentazione dei punti che rappresentano la matrice &

PSET (13.93 * x + 1 , 320 - 39.02 * a(x)) ' seguono quattro istruzioni per evidenziare i punti
PSET (13.93 * x - 1 , 320 - 39.02 * a(x)) ' mediante crocette (tracce più visibili dei singoli punti)
PSET (13.93 * x , 320 - 39.02 * a(x) + 1)
PSET (13.93 * x , 320 - 39.02 * a(x) - 1)
NEXT x ' comanda il ritorno all'istruzione FOR
END ' comanda la fermata del programma una volta che tutti i valori della matrice sono stati letti

matrice : ' nome della matrice da esplorare su comando GOSUB

a(0) = .2 ' dal termine a(0) al termine a(33) sono raccolti i 34 valori di y trascritti dalla tabella
a(1) = .5 ' originale data all'inizio dell'esercizio
a(2) = .8
a(3) = 1.2
a(4) = 1.7
a(5) = 2.3
a(6) = 3.6
a(7) = 4.6
a(8) = 5.2
a(9) = 6
a(10) = 6.5
a(11) = 7.2
a(12) = 7.8
a(13) = 8.1
a(14) = 8.2
a(15) = 8.2
a(16) = 7.8
a(17) = 7.2
a(18) = 6.5
a(19) = 6.1
a(20) = 6
a(21) = 6
a(22) = 6.1
a(23) = 6.2
a(24) = 6.3
a(25) = 6.1
a(26) = 5.8
a(27) = 4.8
a(28) = 3.8
a(29) = 2.8
a(30) = 2
a(31) = 1.5
a(32) = 1.2
a(33) = 1

RETURN ' istruzione per il ritorno al punto di programma dove si comanda la lettura della matrice

F5

si ha la presentazione della punteggiata che mostra l'andamento della funzione di tabella come illustrato in figura 14.

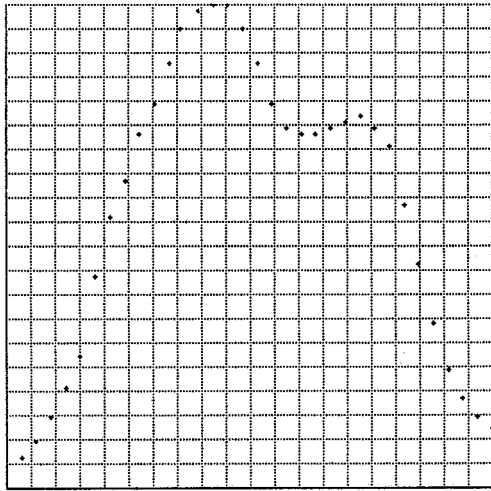


Figura 14
Grafico funzione di tabella
Campo di variabilità della x :
da 0 a 33
Scala asse x = .6 / div.
Scala asse y = .41 / div.